

1. Übungszettel
Mathematik 1 (Analysis)
Sommersemester 2003

1. Es sei $f : A \rightarrow B$ eine Funktion. Man zeige: Wenn f rechts invertierbar ist (d.h. wenn eine Funktion $g : B \rightarrow A$ mit $f \circ g = id_B$ existiert), dann ist f surjektiv.
2. Es sei $f : A \rightarrow B$ eine Funktion. Man zeige: Wenn f surjektiv ist, dann ist f rechts invertierbar.
3. Es seien $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$ Funktionen. Man zeige: Wenn $g \circ f : A \rightarrow C$ surjektiv ist, dann ist g surjektiv. (Hinweis: Ersetze “surjektiv” durch “rechts invertierbar”.)
4. Man konstruiere zwei Funktionen $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$, sodaß gilt:
 - f ist injektiv, aber nicht surjektiv.
 - g ist surjektiv, aber nicht injektiv.
 - $g \circ f : A \rightarrow C$ ist sowohl injektiv als auch surjektiv.
5. Man gebe eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ an, die injektiv, aber nicht surjektiv ist.
6. Es sei $A = [0, 1]$ die Menge aller reellen Zahlen x mit $0 \leq x \leq 1$. Es sei $B = (0, 1)$ die Menge aller reellen Zahlen y mit $0 < y < 1$. Man gebe eine surjektive Funktion f von A nach B an.
7. Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 4x^3 + 2.$$

Ist f bijektiv? Wenn ja, wie lautet die inverse Funktion?