

11. Übungszettel
Mathematik 1 (Analysis)
Sommersemester 2003

1. Man berechne die Taylor-entwicklung der Funktion $x \mapsto \ln(x)$ um $x_0 = 1, 2, 3$. Wie lautet die allgemeine Formel für die Taylor-Entwicklung von $\ln(x)$ um x_0 ?
2. Man berechne den Konvergenzbereich für die drei Taylor-Entwicklungen von $x \mapsto \ln(x)$ in Beispiel 1.
3. Man verschaffe sich Zugang einem Programm, mit dem man die Taylor-Entwicklungen von Funktionen der Bauart $x \mapsto x^x$ berechnen kann.
4. Man bestimme den Konvergenzradius der Taylor-Entwicklung von $x \mapsto \frac{1}{1+x+x^2}$ in Abhängigkeit von x_0 .
Hinweis: Man erweitere die Funktion zu einer komplex differenzierbaren, berechne deren Singularitäten, und für jedes $x_0 \in \mathbb{R}$ den Abstand zur nächsten Singularität.
5. Man berechne die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $x'(t) = tx(t)$ durch Potenzreihen-Ansatz.
6. Man versuche, einen geschlossenen Ausdruck für die Lösung von Beispiel 5 zu finden.
7. Man finde die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $x' = x^{\frac{1}{2}}$.