2. Übungszettel
Mathematik 1 (Analysis)
Sommersemester 2003

1. Man beweise, daß $\sqrt{2}$ irrational ist.
Hinweis: man nehme indirekt an, daß p und q teilerfremde natürliche Zahlen sind, sodaß $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 2$ ist, und betrachte die Zerlegung von p und q in Primfaktoren.

2. Wie lang ist die Periode der unendlichen Dezimalentwicklung von $\frac{1}{23}$? Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Periode von $\frac{1}{23}$ und der von $\frac{5}{23}$?

3. Man berechne die Summe der beiden unendlichen Dezimalentwicklungen
$\alpha = 0.232323232323232323232323232323232323232323232323232323232323\ldots$
$\beta = 0.767676767676767676767676767676767676767676767676767676767676\ldots$

4. Man berechne die Summe der beiden unendlichen Dezimalentwicklungen
$\gamma = 0.456284947352217495057352822048303437215374384946325274384 8\ldots$
$\delta = 0.543715052647782504942647177951696562784625615052674725615 1\ldots$

5. Wie werden in der Prgrammiersprache Haskell unendliche Strings repräsentiert? Man studiere Abschnitt 3.4 des Online Tutorials
http://www.haskell.org/tutorial/functions.html.

6. Welche Möglichkeiten gibt es, berechenbare reelle Zahlen darzustellen, sodaß mit ihnen die üblichen arithmetischen Operationen durchgeführt werden können? Man suche mit diversen Suchmaschinen im Internet nach "exact real arithmetic", "exact real computation", "exact real number".

7. Es seien α und β zwei berechenbare reelle Zahlen. Ist dann die reelle Zahl $\gamma = \max(\alpha, \beta)$ berechenbar?