

3. Übungszettel

Mathematik 1 (Analysis)

Sommersemester 2003

1. Hat die Folge

$$(n^{(-1)^n})_n = (0, \frac{1}{1}, 2, \frac{1}{3}, 4, \frac{1}{5}, 6, \frac{1}{7}, \dots)$$

einen Häufungswert bzw. einen Grenzwert? Wenn ja, welchen?

2. Man bestimme numerisch den Grenzwert der Folge $((1 + \frac{1}{n})^n)_n$ auf 6 Dezimalstellen genau.

3. Man schätze (durch Beobachtung der ersten Glieder, ca. 20 müßten reichen) die Anzahl der Iterationen, die notwendig sind, um die Grenzwerte der rekursiv definierten Folgen $(a_n)_n$ und $(b_n)_n$ bis auf die Genauigkeit von 100 Dezimalstellen zu bestimmen:

$$a_0 = 0, a_{n+1} = \cos(a_n); \quad b_0 = 1, b_{n+1} = \frac{a_n + 3/a_n}{2}.$$

Wie hoch ist der Index des Folgenglieds bei der Bestimmung des Grenzwerts der Folge in Beispiel 2 auf 100 Stellen?

4. Man bestimme den Grenzwert der Folge $(\frac{n+1}{n}(2 + \frac{3}{n^2}))_n$ mittels Grenzwert-Rechenregeln.

5. Man bestimme den Grenzwert der Folge $(\frac{1}{\log n}(\frac{7n}{8n+1}))_n$ mittels Grenzwert-Rechenregeln.

6. (J.-M. Muller) Man bestimme numerisch den Grenzwert der rekursiv definierten Folge

$$a_0 = \frac{11}{2}, a_1 = \frac{61}{11}, a_{n+1} = 111 - \frac{1130 - 3000/a_{n-1}}{a_n}.$$

7. (J.-M. Muller) Man bestimme mit Hilfe der Grenzwert-Rechenregeln den Grenzwert der Folge

$$a_n = \frac{6^{n+1} + 5^{n+1}}{6^n + 5^n} = \frac{6 + 5(\frac{5}{6})^n}{1 + (\frac{5}{6})^n}.$$