

# Übungsblatt 10

Besprechung am **09.06.2006**.

---

**Aufgabe 1** Bestimmen Sie die Ordnung der Quadraturformel

$$b_1 = b_4 = \frac{1}{8}, \quad b_2 = b_3 = \frac{3}{8}, \quad c_i = \frac{i-1}{3}, \quad i = 1, \dots, 4.$$

**Aufgabe 2** (a) Überprüfen Sie die Gültigkeit der folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} (\sinh t)' &= \cosh t, & (\cosh t)' &= \sinh t, & \cosh^2 t - \sinh^2 t &= 1, \\ (\sin t)' &= \cos t, & (\cos t)' &= -\sin t, & \cos^2 t + \sin^2 t &= 1. \end{aligned}$$

(b) Berechnen Sie die Krümmung  $\kappa(t)$  des Hyperbelastes

$$x(t) = \cosh t, \quad y(t) = \sinh t, \quad -\infty < t < \infty$$

und des Kreises

$$x(t) = \cos t, \quad y(t) = \sin t, \quad -\pi < t \leq \pi.$$

**Aufgabe 3** Analysieren und erklären Sie den (kinematischen) Verlauf der Kurven

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \begin{bmatrix} 1 - 2t^2 \\ (1 - 2t^2)^2 \end{bmatrix}, & -1 \leq t \leq 1; \\ \mathbf{y}(t) &= \begin{bmatrix} \cos t \\ \cos^2 t \end{bmatrix}, & 0 \leq t \leq 2\pi; \\ \mathbf{z}(t) &= \begin{bmatrix} t \cos t \\ t^2 \cos^2 t \end{bmatrix}, & -2 \leq t \leq 2. \end{aligned}$$

Berechnen Sie weiters für jede Kurve  $(\mathbf{T}(t), \mathbf{N}(t))$ . Sind diese Kurven (geometrisch) äquivalent?

**Aufgabe 4** Begründen Sie die Formeln

$$\pi = 4 \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \quad \text{und} \quad \pi = 4 \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx.$$

Warum sind die mit der ersten Formel und der Simpsonregel erzielten numerischen Ergebnisse stets genauer? (Erklärung der relevanten Eigenschaften der Funktionsgraphen genügt.)

**Aufgabe 5** Schreiben Sie ein Maple Program das Bogenlänge von Kurven numerisch berechnet. Der Input soll die Parametrisierung  $C(t)$ , zwei Parameterwerte  $a$  und  $b$ , und die Anzahl der Stützstellen  $N > 4$  sein. Verwenden Sie eine Gauß'sche Quadratur mit Ordnung  $p \geq 4$  zur Integration.