**Mathematik 1 (Analysis)** **Sommer 2006**
http://www.risc.uni-linz.ac.at/education/courses/ss2006/mathematik1/

# Übungsblatt 5

Besprechung am **28.04.2006.**

---

**Aufgabe 1** Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:

a) $\sin(\frac{x^2-1}{x^2+1})$

b) $\arctan(\frac{\mathrm{e}^x-1}{\mathrm{e}^x+1})$

c) $\exp(\exp(\exp(\exp(x))))$

d) $\sum_{n=0}^{\infty}(\log x)^n$

e) $\log_x(x^2+1)$

f) $x^2\mathrm{e}^{\cos(x^2+1)}$

**Aufgabe 2** Bestimmen Sie die lokalen und globalen Extremwerte (Minima und Maxima) der Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad f(x) = \frac{|x^2-4|+x-x^2}{x^2+1}$$

**Aufgabe 3** Konstruieren Sie eine Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, die in $x=1$ und $x=5$ eine Nullstelle, in $x=3$ ein lokales Maximum, in $x=7$ ein lokales Minimum hat, und für die gilt $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$.

**Aufgabe 4** Die Funktion $W\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$ ist implizit durch die Gleichung

$$W(x)\exp(W(x)) = x \qquad (x > 0)$$

definiert (Lambertsche $W$-Funktion). Zeigen Sie, daß $W$ auf $(0,\infty)$ differenzierbar ist, und daß gilt

$$W'(x) = \frac{W(x)}{x(1+W(x))} \qquad (x > 0).$$

**Aufgabe 5** Betrachten Sie Ausdrücke, die aus den rationalen Zahlen, der Variablen $x$ den Operationen $+, \cdot, -, /$ und den einstelligen Funktionssymbolen $e(\cdot)$ und $l(\cdot)$ aufgebaut sind. Schreiben Sie eine Maple-Prozedur, die aus solch einem Ausdruck einen Ausdruck für seine Ableitung berechnet, wobei $e(x)$ und $l(x)$ als $\mathrm{e}^x$ bzw. $\log x$ interpretiert werden soll.

Vergleichen Sie die Ausgaben Ihres Programms mit denen der eingebauten Funktion `diff`.

*Hinweis:* Mit `op(0, ⟨expr⟩)` können Sie auf das äußerste Funktionssymbol eines Ausdrucks zugreifen, und mit `[op(⟨expr⟩)]` erhalten Sie eine Liste mit den Operanden.