Mathematik 1 (Analysis) **Sommer 2007**
http://www.risc.uni-linz.ac.at/education/courses/ss2007/mathematik1/

Übungsblatt 9

Besprechung am **08.06.2006.**

Aufgabe 1 Bestimmen Sie die Ordnung der Quadraturformel $\{\,(0,\frac{1}{8}),\ (\frac{1}{3},\frac{3}{8}),\ (\frac{2}{3},\frac{3}{8}),\ (1,\frac{1}{8})\,\}$.

Aufgabe 2 Berechnen Sie eine Näherung für das Integral $\int_0^1 \sin((2x+1)^2)dx \approx 0.231647$

a) mit der zweistufigen Gaußquadratur und

b) mit der Quadraturformel $\{\,(\frac{1}{3},-\frac{1}{3}\sqrt{3}),\ (\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\sqrt{3})\,\}$.

(Der Integrationsbereich ist nicht in Teilintervalle aufzuteilen.) Warum steht das Ergebnis nicht im Widerspruch zur Optimalität der Gaussquadratur?

Aufgabe 3 Berechnen Sie den Stützpunkt $c \in [1,2]$, der für das Integral $\int_1^2 \frac{1}{x}dx = \log 2$ das beste Näherungsergebnis liefert, wenn man die Simpsonregel auf die Teilintervalle $[1,c]$ und $[c,2]$ anwendet, also

$$\int_1^2 \frac{1}{x}dx = \int_1^c \frac{1}{x}dx + \int_c^2 \frac{1}{x}dx$$

ausnutzt.

Hinweis: Falls Sie die Lösungen einer Gleichung sechsten Grades bestimmen müssen, können Sie dazu Maxima (`solve`) verwenden.

Aufgabe 4 Ein Weinfaß habe die Höhe h, am Boden und am Deckel den Umfang u und in der Mitte den Umfang U. Nach der Keplerschen Faßregel ist das Volumen des Fasses ungefähr $\frac{h}{12\pi}(u^2+2U^2)$. Rechtfertigen Sie diese Näherung, indem Sie die Simpsonregel auf einen geeigneten Rotationskörper anwenden.

Aufgabe 5 Schreiben Sie eine Maxima-Prozedur zur numerischen Integration, die die Simpson-Regel verwendet. Das Programm soll als Eingabe eine Funktion f, zwei Intervallgrenzen a,b und eine natürliche Zahl N erhalten, die angibt, in wie viele äquidistante Teilintervalle das Intervall $[a,b]$ unterteilt werden soll.

Ihre Lösung zu dieser Aufgabe schicken Sie bitte bis zum 07.06.2007 per eMail an Ihren Übungsleiter.

Aufgabe 6 Berechnen Sie

$$\int_0^1 \frac{3x^2}{(x+1)(x-2)(x+2)}dx$$

exakt (d. h. nicht numerisch).

Anleitung: Bestimmen Sie zunächst Konstanten a,b,c mit

$$\frac{3x^2}{(x+1)(x-2)(x+2)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{x+2}$$

und integrieren Sie dann termweise.

Die Lösung zu dieser Aufgabe können Sie schriftlich ausarbeiten und in der nächsten Übungsstunde zur Bewertung abgeben.