Lineare Algebra 2 für Physiker(innen) **Sommer 2008**
http://www.risc.uni-linz.ac.at/education/courses/ss2008/la/

Übungsblatt 2

Besprechung am **14.03.2008**

Aufgabe 1 Bestimmen Sie die Eigenwerte und dazu gehörigen Eigenräume für die folgenden Matrizen:

(a) $\begin{pmatrix} \pi & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2 Für x, y, z, c beliebige Skalare mit $c \neq 0$, untersuchen Sie die Diagonalisierbarkeit der folgenden Matrizen:

(a)$\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 1 & c \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie auch die 98te Potenz der Matrizen (a) und (b).

Aufgabe 3 Gegeben seien die Matrizen $A = \begin{pmatrix} -10 & 6 & 3 \\ -26 & 16 & 8 \\ 16 & -10 & 5 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 0 & -6 & -16 \\ 0 & 17 & 45 \\ 0 & -6 & -16 \end{pmatrix}$.

Finden Sie die reguläre Matrix $R \in Mat_{3\times 3}(\mathbb{R})$ so dass $R^{-1}AR = B$.

Aufgabe 4 Bestimmen Sie die Eigenwerte und die dazu gehörigen Eigenräume der folgenden Abbildungen wobei $\mathcal{P}_k$ der Vektorraum aller Polynome ueber $\mathbb{R}$ vom Grad maximal k ist.

(a) $t : \mathcal{P}_2 \to \mathcal{P}_2$ definiert als

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 \mapsto (5a_0 + 6a_1 + 2a_2) - (a_1 + 8a_2)x + (a_0 - 2a_2)x^2,$$

(b) der Ableitungsoperator $\frac{d}{dx} : \mathcal{P}_3 \to \mathcal{P}_3$.

Aufgabe 5 Sei A eine reguläre Matrix und λ ein Eigenwert von A. Zeigen Sie, dass $\frac{1}{\lambda}$ und mehrnoch λ^k Eigenwerte von A^{-1} bzw. A^k sind. Kann man diese Überlegung weiter verallgemeinern, d.h. wenn λ und μ Eigenwerte von A und bzw. B sind, ist $\lambda\mu$ ein Eigenwert von AB?

Aufgabe 6 Zeigen Sie, dass die Deterimante der folgenden $n \times n$ Matrix gleich dem $n$ten Glied der Folge der Fibonacci Zahlen ist.

$$F_n = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & \dots \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & \dots \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & \dots \\ . & . & . & . & . & . & \dots \end{vmatrix}$$