auszuarbeiten bis 25. Mai

Aufgabe 9. 1. Berechnen Sie das Minimalpolynom der folgenden reellen Matrizen.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 9. 2. Es sei V ein Vektorraum über K, $h\colon V \longrightarrow V$ ein linearer Operator. Weiters $g, h \in K[x]$ teilerfremde Polynome und $f = gh$. Zeigen Sie

$$\ker(f(T)) = \ker(g(T)) \oplus \ker(h(T)).$$

Aufgabe 9. 3. Berechnen Sie eine Blockdiagonalform der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 33 & -7 & 3 & 3 \\ 22 & -18 & 22 & 2 \\ 33 & -27 & 3 & 23 \\ 42 & -18 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 9. 4. Entscheiden Sie, ob die Matrix

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

über $\mathbb{R}$ zu einer Diagonalmatrix ähnlich ist.

Aufgabe 9. 5. Sei A die reelle Matrix

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie eine invertierbare Matrix U so, daß $U^T AU$ Diagonalmatrix ist.

Aufgabe 9. 6. Lösen Sie das folgende System linearer Differentialgleichungen

$$\begin{pmatrix} f_1'(x) \\ f_2'(x) \\ f_3'(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 10 & -8 \\ -3 & 7 & -3 \\ 3 & -4 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \end{pmatrix}$$

mit Anfangsbedingungen

$$\begin{pmatrix} f_1(0) \\ f_2(0) \\ f_3(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 9. 7. Gegeben sei die lineare Abbildung

$$f\colon \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -x - 2y - 2z + 8t \\ -2x + y + 4t \\ 2x + 2y + 3z - 4t \\ 3t \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Jordan-Dekomposition von f.