Aufgabe 31. Zeigen Sie, daß die Funktion f, die durch $f(n) = n$-te positive gerade Zahl ($f(0) = 2$, $f(1) = 4$, $f(2) = 6$, ...) definiert ist, primitiv rekursiv ist.
Benutzen Sie zum Beweis lediglich die Definitionen 1.5.1 bis 1.5.4 aus dem Skriptum analog zu Beispiel 1.5.1.

Aufgabe 32. Sei f die primitiv rekursive Funktion, die durch die Rekursionsgleichungen

$$f(0, y) = 2, \quad f(x + 1, y) = f(x, y)^y$$

definiert ist.

1. Berechnen Sie $f(3, 3)$.
2. Kann f auch als Komposition der Grundfunktionen und der Funktionen $(x, y) \mapsto x + y$, $(x, y) \mapsto x \cdot y$, $(x, y) \mapsto x^y$ geschrieben werden?

Aufgabe 33. Man definiere die Funktionen $\varphi_d(x, y) = x^y$, $\varphi_e(x, y) = x \dot{-} 1$, $\varphi_f(x, y) = x \dot{-} y$ und $\varphi_g(x, y) = |x - y|$ (Beispiel 1.5.1 Skriptum) formal durch Komposition und primitive Rekursion, ausgehend von den Grundfunktionen und von Funktionen für die eine solche Darstellung bereits angegeben wurde.

Aufgabe 34. Welche der folgenden Aussagen sind richtig? Begründen Sie.

1. $10000 \log n$ ist $O(n)$
2. $2n$ ist $O(n)$
3. $n\sqrt{n}$ ist $O(n)$
4. für alle $\varepsilon > 0$ und für alle $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ gilt $\mathrm{e}^{\varepsilon n}$ ist $O(n^k)$
5. 100^n ist $O(10^n)$

Aufgabe 35. Bestimmen Sie die (worst-case) Raum-und Zeitkomplexität einer Turingmaschine, welche die Summe zweier natürlicher Zahlen berechnet.