

## auszuarbeiten bis 9. Oktober

**Aufgabe 1.** Verschaffen Sie sich einen Überblick über die zur Zeit verfügbaren Computeralgebrasysteme. Probieren Sie, arithmetische Manipulationen mit Hilfe solcher Systeme durchzuführen. Versuchen Sie die Primfaktorzerlegung einer großen natürlichen Zahl zu finden.

**Aufgabe 2.** Betrachten Sie die ganzen Zahlen  $a = 215712$ ,  $b = 739914$ . Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler  $d$  von  $a$  und  $b$ . Berechnen Sie ganze Zahlen  $s$  und  $t$  so daß  $d = s \cdot a + t \cdot b$  gilt.

*Hinweis:* Euklidischer Algorithmus.

**Aufgabe 3.** Finden Sie den Schnittpunkt der Geraden

$$g : X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

mit der Ebene

$$E : 2x + 3y - z = 5$$

**Aufgabe 4.** Entscheiden Sie, ob die Gerade

$$g := \begin{cases} x + y + z & = 1 \\ x - y - 2z & = 2 \end{cases}$$

und die Ebene

$$E : 2x + 3y - z = 5$$

parallel sind.

**Aufgabe 5.** Lösen Sie das folgende Gleichungssystem.

$$\begin{aligned} 2x + 3y - z &= 1 \\ 3x - 2y + z &= 2 \\ x - y + z &= 0 \end{aligned}$$

**Aufgabe 6.** Berechnen Sie alle Lösungen des linearen Systems

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 &= 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 + x_5 &= 2 \\ x_4 + 2x_5 &= 3 \\ 2x_4 + 3x_5 &= 4 \\ 3x_4 + 4x_5 &= 5 \end{aligned}$$

mit Hilfe eines Computeralgebrasystems Ihrer Wahl.

**Aufgabe 7.** Gegeben sei das Polynom

$$f = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 2$$

1. Berechnen Sie numerisch die Nullstellen von  $f$ . Sie können die Anzahl der Nachkommastellen festsetzen.
2. Skizzieren Sie den Graph der Polynomfunktion  $x \mapsto f(x)$  über dem Intervall  $[a, b]$ . Wählen Sie  $a$  und  $b$  so, daß die Nullstellen von  $f$  zu sehen sind.
3. Berechnen Sie die Nullstellen von  $f$  symbolisch. Welches Ergebnis liefert Ihr Computeralgebrasystem?

**Aufgabe 8.** Werten Sie das Polynom  $5x^3 - 2x^2 + 7x + 3$  an den Stellen  $x = 3$  und  $x = -3$  aus. Verwenden Sie dazu

1. die klassische Methode
2. Das Hornerchema.

**Aufgabe 9.** Entscheiden Sie, ob die Polynome

$$\begin{aligned} f &= 12x^4 - 25x^3 - 12x^2 + 50x - 24 \\ g &= x^4 - 7x^3 + 10x^2 + 14x - 24 \end{aligned}$$

eine gemeinsame Nullstelle haben.

**Aufgabe 10.** 1. Starten Sie ein Computeralgebrasystem Ihrer Wahl und lesen Sie die help-Seiten zum Thema *Lösen von Polynomgleichungen*.

2. Gegeben ist das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 2x^4 - 3x^2y + y^4 - 2y^3 + y^2 &= 0 \\ 4x^3 - 3xy &= 0 \\ 4y^3 - 3x^2 - 6y^2 + 2 &= 0. \end{aligned}$$

Berechnen Sie alle Lösungen.

3. Dasselbe für

$$\begin{aligned} 1 + 8xy + 2y^2 + 8xy^3 + y^4 - 16x^2 &= 0 \\ 8x + 4y + 24xy^2 + 4y^3 &= 0 \\ 8y + 8y^3 - 32x &= 0. \end{aligned}$$