auszuarbeiten bis 11. Dezember

Aufgabe 81.

1. Bestimmen Sie den unendlich fernen Punkt der reellen Geraden
$$g\colon 2x + 3y = 5.$$
2. Bestimmen Sie alle unendlich fernen Punkte dre reellen Ebene
$$\varepsilon\colon x - 2y + z = -4.$$

Aufgabe 82. Die reelle Matrix A ist:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 & 4 & -2 \\ 3 & -5 & 1 & 3 & -2 \\ 8 & 2 & 5 & 11 & 4 \\ 9 & 4 & 4 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Bestimmen Sie die Normalform N von A;
2. Berechnen Sie Matrizen P und Q so, daß $P \cdot A \cdot Q = N$ gilt.

Aufgabe 83. Gegeben ist die reelle quadratische Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie A^{-1}. Verwenden Sie die im Skriptum beschriebene Methode elementarer Transformationen.

Aufgabe 84.

1. Berechnen Sie die Inverse der Matrix
$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix} \qquad (B \in \mathrm{Mat}_{4\times 4}(\mathbb{R})).$$
2. Berechnen Sie $(A \cdot B)^{-1}$, wobei A die Matrix aus Aufgabe 83 ist.

Aufgabe 85. Es sei A die 2×2-Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie explizit die inverse Matrix A^{-1}. Welche Bedingungen an A müssen erfüllt sein, damit A^{-1} existiert?

Aufgabe 86. Beweisen Sie Satz 5.9: Der Durchschnitt einer Familie von Teilräumen eines Vektorraums V ist ein Teilraum von V.

Aufgabe 87. Geben Sie eine Basis des Vektorraums $\mathrm{Mat}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ aller 3×3-Matrizen über $\mathbb{R}$ an.

Aufgabe 88. Geben Sie explizit zwei verschiedene Basen B_1, B_2 des Vektorraums $\mathrm{Pol}_3(\mathbb{R})$ an. Stellen Sie jedes Element von B_1 als Linearkombination der Vektoren in B_2 dar, und umgekehrt.

Aufgabe 89. Sei V ein Vektorraum über K, und $S \subseteq V$. Zeigen Sie:

> Der Durchschnitt aller Teilräume U von V mit $U \supseteq S$ ist die Menge aller Linearkombinationen von Vektoren in S.