Mathematik 1 (Analysis) **Wintersemester 2008**
http://www.risc.uni-linz.ac.at/education/courses/ws2008/mathematik1/

Übungsblatt 12

Besprechung am **15.01.2009**.

Aufgabe 1 Bestimmen Sie die Extrempunkte der folgenden Funktionen in zwei Veränderlichen:

a) $f_1(x,y) = x^2 - 2xy + 6x - 2y + 1$

b) $f_2(x,y) = e^{xy}$

c) $f_3(x,y) = x^2 + y^2 + x^2y + 4$

Aufgabe 2 Für die Funktionen aus Aufgabe 1 berechnen Sie bitte die Taylor-Approximationen zweiter Ordnung, und zwar für f_1 im Entwicklungspunkt $(1,0)$, für f_2 in $(2,3)$ und für f_3 in $(0,1)$.

Aufgabe 3

a) Zeigen Sie, dass die Funktion $u(x,t) = \sin(x+t) + \cos(x-t)$ eine Lösung der eindimensionalen Wellengleichung
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$
ist.

b) Finden Sie die Konstanten $a, b \in \mathbb{R}$, so dass die Funktion
$$u(x,t) = e^{at}(\sin x - bx^2)$$
die Wärmeleitungsgleichung
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$
erfüllt.

Aufgabe 4 Zeigen Sie, dass die Ableitung der Funktion $f(x,y) = \frac{y^2}{x}$ in jedem Punkt der Ellipse
$$2x^2 + y^2 = C^2, \quad \text{mit } C \in \mathbb{R}$$
in Richtung der Normalen an der Ellipse gleich Null ist.

Aufgabe 5 Programmieren Sie in Sage das Newton-Verfahren zum Lösen eines Gleichungssystems
$$\begin{cases} f(x,y) &= 0 \\ g(x,y) &= 0. \end{cases}$$
Gegeben ist ein Startpunkt (x_0, y_0). Im i-ten Schritt des Verfahrens finden Sie die linearen Approximationen der Funktionen f und g im Punkt (x_i, y_i). Bestimmen Sie damit den nächsten Iterationspunkt (x_{i+1}, y_{i+1}), indem Sie das entsprechende lineare Gleichungssystem lösen.

Berechnen Sie mit Ihrem Programm die Lösung $(1,0)$ des Systems:
$$\begin{cases} y - x^3 + 2x - 1 &= 0 \\ x^2 + y^2 - 1 &= 0, \end{cases}$$
indem Sie vom Punkt $(1,1)$ starten.

Ihre Lösung zu dieser Aufgabe schicken Sie bitte bis zum 21.01.2009 per E-Mail an Ihren Übungsleiter oder Ihre Übungsleiterin.