

Übungsblatt 2

Besprechung am **23.10.2008**

Aufgabe 1 Sind Sie fit im Umgang mit komplexen Zahlen?

- a) Berechnen Sie Real- und Imaginärteil ($\operatorname{Re} z$ und $\operatorname{Im} z$), sowie \bar{z} und $|z|$, für die folgenden komplexen Zahlen z und skizzieren Sie diese in der komplexen Zahlenebene:

$$z_1 = 1 - 5i, \quad z_2 = \frac{1+i}{1-i}, \quad z_3 = 2e^{-i\pi/4}.$$

- b) Finden Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{C} \setminus \{-1\}$ der Gleichung

$$\frac{2}{e^{ix}} = \frac{x + ix + (i-1)\sqrt{3}}{1+i} + e^{\pi i + \log(x+1)}.$$

Aufgabe 2 Funktionen

- a) Entscheiden Sie, welche der folgenden Funktionen injektiv, surjektiv oder bijektiv sind. Begründen Sie Ihre Antwort!

$$f_1: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto (x-1)^3 + 2$$

$$f_2: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty): x \mapsto e^{|x|}$$

$$f_3: \mathbb{C} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{C}: x \mapsto \frac{1-ix}{1-x}$$

- b) Gegeben sei die Funktion $f: D \rightarrow B: x \mapsto a \cdot \sin(bx+c) + d$ für beliebige Werte $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie in Abhängigkeit von a, b, c und d einen maximalen Definitionsbereich D und den Bildbereich B , so dass die Funktion f bijektiv ist.

Aufgabe 3 Bestimmen Sie die Länge der Diagonale eines Würfels mit Kantenlänge 1, sowie den Winkel, den die Diagonale mit einer Würfelseite bildet.

Aufgabe 4 In welcher Relation stehen zwei endliche Mengen M und N zueinander, wenn es eine Funktion $f: M \rightarrow N$ gibt, die

- injektiv
- surjektiv
- bijektiv

ist? Beweisen Sie die von Ihnen gefundenen Antworten!

Aufgabe 5 Schreiben Sie eine Funktion in SAGE, die zu einer gegebenen rationalen Zahl deren b -adische Darstellung berechnet. Als Parameter sollen diese Zahl sowie die Basis b übergeben werden.

Beispiel: Die 7-adische Darstellung der Zahl $\frac{3267}{343}$ ist 12.345 (und somit endlich). Dagegen ist die 7-adische Darstellung der Zahl $\frac{3267}{341}$ periodisch und lautet $12.\overline{403106215434201}$.

Hinweis: Sie können mit `x.numerator()` und `x.denominator()` auf den Zähler und Nenner einer rationalen Zahl x zugreifen.

Ihre Lösung zu dieser Aufgabe schicken Sie bitte bis zum 22.10.2008 per E-Mail an Ihren Übungsleiter.