

Übungsblatt 4

Besprechung am **06.11.2008**

Aufgabe 1 Berechnen Sie die Grenzwerte:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{\frac{x^2+3}{27x^2-1}} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+1}} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{|x|} \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$$

Aufgabe 2 Untersuchen Sie die Stetigkeit und Differenzierbarkeit der Funktion $f: \mathbb{R} \setminus \{-3\} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}, & x > 1 \\ x+1, & x \in [-2, 1] \\ \frac{-1}{x+3}, & x < -2 \end{cases}$$

und skizzieren Sie den Graphen dieser Funktion.

Aufgabe 3 Finden Sie die Gleichung der Tangente an die Ellipse

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 25x^2 + y^2 = 109\}$$

im Punkt (2,3).

Aufgabe 4 Untersuchen Sie Stetigkeit der Funktion $f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{q}, & \text{wenn } x = \frac{p}{q} \text{ mit } p, q \in \mathbb{N} \text{ teilerfremd} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

in einem Punkt x_0 . Unterscheiden Sie dafür die Fälle $x_0 \in \mathbb{Q}$ und $x_0 \notin \mathbb{Q}$.

Aufgabe 5 Schreiben Sie eine Funktion in Sage, die den Graphen einer gegebenen differenzierbaren Funktion f in einem Intervall $[a, b]$ durch die Tangenten an den Graphen approximiert. Zerlegen Sie hierzu $[a, b]$ in n gleich große Teilintervalle mit den Endpunkten $\{a + k \frac{b-a}{n} \mid 0 \leq k \leq n\}$. Vergleichen Sie Ihre Approximation mit dem Graphen der Funktion f .

Die Funktion nimmt also als Parameter f, a, b und n und erstellt eine Grafik mit den Funktionsgraphen von f und der Approximation.

Testen Sie Ihre Funktion für $f: [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 11x^2 + 17x - 3$ und $n = 8$.

Ihre Lösung zu dieser Aufgabe schicken Sie bitte bis zum 05.11.2008 per E-Mail an Ihren Übungsleiter.