# Übungsblatt 5

http://www.risc.uni-linz.ac.at/education/courses/ws2008/mathematik1

Besprechung am **13.11.2008.**

---

**Aufgabe 1** Berechnen Sie die Ableitungen der Funktionen

a) $f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_1(x) = \sqrt[3]{x + e^x},$

b) $f_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_2(x) = \dfrac{(\cos(x)\sin(x))^3}{1 + x^2},$

c) $f_3 : (0,1) \to \mathbb{R}, \quad f_3(x) = \log_x \left(\dfrac{1+x}{1-x}\right),$

d) $f_4 : (1,\infty) \to \mathbb{R}, \quad f_4(x) = (\log x)^{\log x}.$

**Aufgabe 2** Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen jeweils die Ableitung und den Bereich, auf dem die Ableitung stetig ist:

a) $f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_1(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{|x|}}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$

b) $f_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_2(x) = \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}) + x, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$

**Aufgabe 3** Finden Sie die lokalen und globalen Extrema der Funktionen

a) $f_1 : [0,3] \to \mathbb{R}, \quad f_1(x) = x(x-1)(x-4)^3 + \pi,$

b) $f_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_2(x) = |x-1|(x^2-8),$

c) $f_3 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_3(x) = (x^{\frac{2}{3}} - 3x^{\frac{1}{3}} + 1)\exp(x^{\frac{1}{3}}),$

d) $f_4 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_4(x) = \arcsin(\sin(x)).$

**Aufgabe 4** Sei $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion mit $f'(1) = 1$ und

$$f(xy) = f(x) + f(y) \quad \text{für alle} \quad x, y \in (0,\infty).$$

Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion $f$, und schließen Sie, daß $f$ invertierbar ist. Was können Sie über die Ableitung der inversen Funktion $f^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sagen?

*Hinweis:* Verwenden Sie den Satz über die Umkehrfunktion.

**Aufgabe 5** Schreiben Sie ein Sage-Programm, das nur mit den Funktionswerten $f(x_j)$ einer Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ an den Stellen $x_j = x_0 + jh$, $j \in \mathbb{Z}$, für eine gegebene Schrittweite $h > 0$ die $k$-te Ableitung $f^{(k)}(x_0)$ in $x_0 \in \mathbb{R}$ annähert.

Wie groß ist der Fehler Ihrer Approximation von $f^{(5)}(1)$ für $f(x) = e^x$ bei $h = 10^{-3}$?

*Ihre Lösung zu dieser Aufgabe schicken Sie bitte bis zum 12.11.2008 per E-Mail an Ihren Übungsleiter.*