Übungsblatt 7

http://www.risc.uni-linz.ac.at/education/courses/ws2009/mathematik2

Besprechung am 03.12.2009.

Aufgabe 1 Es sei

$$f\colon (\tfrac{1}{3}, 2) \to \mathbb{R}, \quad f(x) := \arctan\bigl(\tfrac{1+2x}{2-x}\bigr) - \arctan\bigl(\tfrac{3+x}{1-3x}\bigr).$$

Berechnen Sie $f'(x)$. Was sagt Ihr Ergebnis über den Funktionsgraphen von f aus?

Aufgabe 2 Ermitteln Sie die Tangente an die Funktion $f\colon [0,\infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x}$ im Punkt $x = 36$. Bestimmen Sie damit einen Näherungswert für $\sqrt{34}$, indem Sie ein $y \in \mathbb{R}$ berechnen, so daß $(34, y)$ auf dieser Tangente liegt.

Aufgabe 3 Konstruieren Sie eine kubische Polynomfunktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ (d. h. eine Funktion der Form

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$$

mit geeignet zu wählenden Konstanten $a_0, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}$), für die gilt:

$$f(0) = 1, \quad f(1) = 1, \quad f'(0) = -2, \quad f'(1) = 3.$$

Aufgabe 4 Die Funktion $W\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$ ist implizit durch die Gleichung

$$W(x)\exp(W(x)) = x \qquad (x > 0)$$

definiert (Lambertsche W-Funktion). Zeigen Sie, daß W auf $(0,\infty)$ differenzierbar ist, und daß gilt

$$W'(x) = \frac{W(x)}{x(1 + W(x))} \qquad (x > 0).$$

Aufgabe 5 Wie auf Blatt 5 wollen wir eine Funktion $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ im Rechner näherungsweise durch eine Liste ihrer Funktionswerte $f(\frac{i}{n})$ $(i = 0, 1, 2, \ldots, n)$ repräsentieren.

Schreiben Sie ein Programm in Sage, das eine Näherung für die Ableitung einer so gegebenen Funktion in einem gegebenen Punkt $x \in [0,1]$ berechnet. Verwenden Sie dabei Ihr Programm von Blatt 5 zum Berechnen von Funktionswerten.