Übungsblatt 2

Besprechung am **28.10.2010**

Aufgabe 1 Untersuchen Sie, ob diese Folgen konvergieren und bestimmen Sie im Fall der Konvergenz den Grenzwert:

$$\begin{aligned} a_n &= n - \tfrac{n^2+n+1}{n}, & b_n &= -2n + \tfrac{1}{2n}, & c_n &= \left(-\tfrac{1}{n}\right)^n, \\ d_n &= \tfrac{1}{2}\left(\pi^n + \pi^{-n}\right), & e_n &= \tfrac{2n+1}{n} - \tfrac{n}{2n+1}, & f_n &= \tfrac{n!}{2^n}. \end{aligned}$$

Aufgabe 2 Zeigen Sie, dass die Folge $a_n = 2n^2/(n^2+9)$ gegen 2 konvergiert, indem Sie zu gegebenem $\varepsilon > 0$ ein n_0 bestimmen, sodass $|a_n - 2| < \varepsilon$ für alle $n \geq n_0$.

Aufgabe 3 Für welche $q \in \mathbb{R}$ konvergiert die Folge $a_n = q^n$ und für welche Werte divergiert die Folge? Was ist der Grenzwert im Fall der Konvergenz?

Aufgabe 4 Zeigen Sie, dass wenn $a, b \in \mathbb{R}$ Grenzwerte der konvergenten Folge $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ sind, dann gilt $a = b$.

Aufgabe 5 In der Vorlesung wurden die Fibonaccizahlen F_n erwähnt, die für $n \geq 0$ über die Rekursion

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n, \qquad F_0 = 0,\ F_1 = 1,$$

definiert sind. Implementieren Sie ein Programm in Sage, das $r(n) = F_{n+1}/F_n$ effizient berechnet. Berechnen Sie dann $r(n)$ für großes n um eine Näherung für $r = \lim_{n\to\infty} r(n)$ zu bestimmen und verwenden Sie Plouffes “Inverse Symbolic Calculator”

`http://oldweb.cecm.sfu.ca/projects/ISC/ISCmain.html`

um eine Vermutung für den exakten Wert von r aus der Näherungslösung zu erhalten.