

Übungsblatt 9

Besprechung am 16.12.2010

Aufgabe 1 Untersuchen Sie die angegebenen Funktionen auf totale Differenzierbarkeit an der Stelle $(0,0)$.

- a) $f_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto x^2 + y^2$
- b) $f_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto \cos(xy)$
- c) $f_3 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2}, & \text{falls } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$

(Hinweis: Satz 28.2)

Aufgabe 2 Berechnen Sie die Extremwerte der Funktionen

- a) $f_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto -y^3 - x^2y + y$
- b) $f_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto \cos(x) \sin(y)$

Aufgabe 3 Bestimmen Sie die Nullstellenmenge der folgenden Funktionen. Interpretieren Sie die Ergebnisse grafisch.

- a) $f_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto x^2 + y^2 - 1$
- b) $f_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto x^2y + xy^2$
- c) $f_3 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto \sin(xy)$

Aufgabe 4 Beweisen Sie: Ist $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ bei $\xi \in \mathbb{R}^2$ total differenzierbar, so ist f dort auch partiell differenzierbar.

Aufgabe 5 Zu gegebenen Daten der Form $\{(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n) | n \in \mathbb{N}\} \subset \mathbb{R}^2$ berechnet man die Koeffizienten der Regressionsparabel $ax^2 + bx + c$ durch Lösen des Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^4 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n y_i x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n y_i x_i \\ \sum_{i=1}^n y_i \end{pmatrix}$$

(Details: siehe Vorlesung am 17.12.2010)

Schreiben Sie eine Sage-Funktion, die zu einer Punktwolke die Regressionsparabel und den mittleren quadratischen Fehler berechnet.

Auf der Homepage zur Übung finden Sie eine Sage-Notebook Datei zum Download. Diese enthält einige Daten, anhand derer Sie Ihre Funktion testen können. Veranschaulichen Sie Ihre Tests grafisch.