Übungsblatt 11

Besprechung am **26.01.2012**

Aufgabe 1 Sei $D = [0, \sqrt{2}] \times [0, 2] \subseteq \mathbb{R}^2$ und $f\colon D \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = \frac{x}{4y+1}$. Außerdem sei $\gamma\colon [0, \sqrt{2}] \to \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (t, t^2)$. Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_\gamma f(x, y)\, ds.$$

Aufgabe 2 Betrachten Sie die Funktion $f\colon \mathbb{R}\backslash\{-1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1-x^3}{1+x^3}$. Zeigen Sie, dass f keine Extremstellen hat.

Aufgabe 3 Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 2^n}{3^n + 2^n}$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{2n^2 - 1}$

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n^{-n}$

Aufgabe 4 Zeigen Sie: Wenn $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ eine Folge von positiven Zahlen ist, d.h. wenn gilt $a_n > 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$, dann kann $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ nicht gegen $\alpha = -1$ konvergieren.

Aufgabe 5 Sei $f\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}$, $(x_1, x_2, x_3, x_4) \mapsto x_1x_2 + x_3x_4 - 2x_1x_4$. Berechnen Sie

(a) den Gradienten von f.

(b) die Richtungsableitung $\frac{\partial}{\partial(1,2,-1,1)} f(t, u, v, w)$.