Übungsblatt 6

Besprechung am **24.11.2011**

Aufgabe 1 Bestimmen Sie die Grenzwerte:

a) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\log(x)}{x-1}$

b) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2-x-2}{x^3-5x^2+6x}$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x\sin(x)+\cos(x)-1}{\sin(x)-x\cos(x)+x^2}$

Aufgabe 2 Berechnen Sie zu jeder der angegebenen Funktionen alle lokalen Extremwerte und geben Sie an, ob es sich um Maximal- oder Minimalstellen handelt. Welches sind globale Extremwerte?

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto 5x^5 - 12x^3 + 1$

b) $f : \mathbb{R}\backslash\{-2, 3\} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{x^3}{x^2-4}$

c) $f : [-4, \infty) \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \begin{cases} \frac{\log_2(-x)}{\sqrt{-x}}, & x \leq -2 \\ -\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x + 3, & -2 < x \leq 3 \\ 2\sin(x), & x > 3. \end{cases}$

Aufgabe 3 Seien $a, b \in \mathbb{R}$ und

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto bx^3 - (8 + a)x^2 + 1.$$

Bestimmen Sie jeweils eine Belegung von a und b, so dass

a) f genau ein globales Minimum besitzt.

b) f genau zwei lokale Extrema besitzt.

c) f genau einen Punkt besitzt, an dem die erste Ableitung gleich 0 ist, der jedoch kein Extremum ist.

Aufgabe 4 Zeigen Sie, dass das Newton-Verfahren angewandt auf

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^2 - 3$$

für einen Startwert $x_0 < \sqrt{3}$ konvergiert.

Aufgabe 5 Gegeben seien zwei Listen l_1 und l_2 der Länge n mit Werten aus $\mathbb{R}$. Schreiben Sie eine Funktion in Sage, welche die Regressionsgerade zu der Punktemenge $\{(l_1[i], l_2[i]) \mid i \in \mathbb{N}, i < n\}$ bestimmt. Testen Sie ihre Implementierung anhand der auf der Homepage der Übung gegebenen Testfälle und veranschaulichen Sie das Ergebnis graphisch. Wie könnte man das Ergebnis verbessern?