Übungsblatt 8

Besprechung am **16.12.2011**

Aufgabe 1 Welche der folgenden Funktionen ist im Punkt (0,0) stetig?

$$f_1(x,y) = x - xy + y, \qquad f_2(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2+y^2+1}{2x^2y^2} & \text{falls } (x,y) \neq 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Aufgabe 2 a) Bestimmen Sie die Richtungsableitung $\frac{\partial}{\partial(2,-1,-1)} f(3,2,1)$ für

$$f(x,y,z) = x^2y + y^2x + z$$

b) Bestimmen Sie die Gradienten von

$$f_1(x,y) = x^y, \qquad f_2(x,y) = \sin(x)\cos(xy) + y^2.$$

Aufgabe 3 Berechnen Sie die Extremwerte der Funktionen

$$f_1 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x,y) \mapsto -x^3 + 12xy - y^3, \qquad f_2 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x,y) \mapsto \sin(xy).$$

Aufgabe 4 Untersuchen Sie die angegebenen Funktionen auf totale Differenzierbarkeit im Punkt $(0,0)$.

$$f_1 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x,y) \mapsto ye^x, \qquad f_2 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x,y) \mapsto \begin{cases} -x+y, & \text{falls } xy \geq 0 \\ x+y-1 & \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 5 Schreiben Sie ein Programm in Sage, das zu einer gegebenen Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ den Gradienten am Punkt p bestimmt und daraus die Tangentialebene berechnet. Testen Sie Ihr Programm mit den Funktionen aus den vorangehenden Aufgaben dieses Übungsblatts und veranschaulichen Sie die Ergebnisse graphisch. Sie dürfen in Ihrem Programm auf die von Sage bereitgestellte Funktion *derivative()* zurückgreifen.