Übungsblatt 2

Besprechung am **25.10.2012**

Aufgabe 1 Für welche $q \in \mathbb{R}$ konvergiert die Folge $a_n = q^n$ und für welche Werte divergiert die Folge? Was ist der Grenzwert im Fall der Konvergenz?

Aufgabe 2 Untersuchen Sie, ob diese Folgen konvergieren und bestimmen Sie im Fall der Konvergenz den Grenzwert:

$$\begin{array}{lllllllll} a_n &=& \frac{n}{n+1} - \frac{n+1}{n}, & b_n &=& -n + \frac{1}{n}, & c_n &=& n - \frac{n^2+3n+1}{n}, \\ d_n &=& \left(2 + 2n + n^3\right)^{2/n}, & e_n &=& \frac{1}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}, & f_n &=& \frac{1}{\sqrt{n+1}} - \frac{1}{\sqrt{n}}. \end{array}$$

Aufgabe 3 Untersuchen Sie, ob die Folge $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ konvergiert und bestimmen Sie im Fall der Konvergenz den Grenzwert:

$$a_n = \sqrt[n]{\sum_{i=1}^{m} i^n}$$

mit $m \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$ konstant.

Aufgabe 4 Beweisen Sie Satz 5(4) für $p = 2$:
Sei $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ eine reelle Folge mit $a_n \geq 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass wenn

$$a_n \xrightarrow{n\to\infty} a,$$

dann

$$\sqrt{a_n} \xrightarrow{n\to\infty} \sqrt{a}.$$

Aufgabe 5 Ermitteln Sie eine Rekursionsformel, mit der die Glieder der Folge $a_n = q^n$ für $n \geq 0$ aus Aufgabe 1 sukzessive berechnet werden können. Schreiben Sie damit ein Programm in Sage, das die ersten N Glieder der Folge zu beliebigem $q \in \mathbb{R}$ berechnet. Überprüfen Sie das Konvergenzverhalten für verschiedene Werte von q und plotten Sie die Ergebnisse.