# 5. Übungszettel
# Lineare Algebra und Analytische Geometrie I
# WS 2012/13

1. Sei $\mathbb{R}^- := \{x : x \in \mathbb{R} \text{ und } x < 0\}$. Man finde jeweils ein Beispiel für eine (a) injektive, (b) surjektive, und (c) bijektive Funktion von $\mathbb{R}^-$ nach $\mathbb{R}$.

2. Seien $f : A \to B$ und $g : B \to C$ Funktionen. Man beweise:

(a) aus $f$ injektiv und $g$ injektiv folgt $g \circ f$ injektiv,

und

(b) aus $f$ surjektiv und $g$ surjektiv folgt $g \circ f$ surjektiv.

3. Gilt für Funktionen $f, g : X \to X$ stets die Aussage:

$f$ injektiv und $g$ surjektiv impliziert $f \circ g$ surjektiv ?

(Beweis oder Gegenbeispiel.)

4. Man beweise: Ist $f : A \to A$ eine Funktion mit $f(f(x)) = x$ für alle $x \in A$, dann ist $f$ bijektiv.

5. Man finde Funktionen $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, sodaß $g \circ f \neq f \circ g$.

6. Eine Relation $(R, A, A)$ auf $A$ heißt *antisymmetrisch* genau dann, wenn für alle $a, b \in A$ gilt: aus $aRb$ und $bRa$ folgt $a = b$. Man gebe eine Funktion an, welche antisymmetrisch ist.

7. Sei $f : X \to Y$ eine Funktion und $A, B \subseteq X$. Man beweise:

(a) $f(A \cup B) \subseteq f(A) \cup f(B)$, (b) $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Man überlege, ob jeweils "$\subseteq$" durch "$=$" ersetzt werden darf.