Gesamtpanorama

Reelle Zahlen

Folgen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Rechenregeln für $\lim$
- Sandwichtheorem
- Monotoniekriterium

Reihen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Minoranten- und Majorantenkriterium
- Quotienten- und Wurzelkriterium
- Potenzreihen

1D-Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Integral

Gebirge $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Extremwerte
- Integral

Kurven $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Kurvenintegral

Felder $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$
- Rotation
- Divergenz
- Kurvenintegral
- Integrierbarkeit

Flächen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$
- Integral über Gebirge
- Integral über Feld
- Satz von Stokes
- Satz von Gauss

Gesamtpanorama

Reelle Zahlen

Folgen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Rechenregeln für $\lim$
- Sandwichtheorem
- Monotoniekriterium

Reihen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Minoranten- und Majorantenkriterium
- Quotienten- und Wurzelkriterium
- Potenzreihen

1D-Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Integral

Gebirge $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Extremwerte
- Integral

Kurven $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Kurvenintegral

Felder $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$
- Rotation
- Divergenz
- Kurvenintegral
- Integrierbarkeit

Flächen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$
- Integral über Gebirge
- Integral über Feld
- Satz von Stokes
- Satz von Gauss

Gesamtpanorama

Reelle Zahlen

Folgen

- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Rechenregeln für $\lim$
- Sandwichtheorem
- Monotoniekriterium

Reihen

- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Minoranten- und Majorantenkriterium
- Quotienten- und Wurzelkriterium
- Potenzreihen

1D-Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Integral

Gebirge $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$

- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Extremwerte
- Integral

Kurven $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$

- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Kurvenintegral

Felder $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$

- Rotation
- Divergenz
- Kurvenintegral
- Integrierbarkeit

Flächen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$

- Integral über Gebirge
- Integral über Feld
- Satz von Stokes
- Satz von Gauss

Folgen

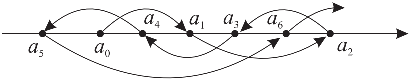
Folgen

Was ist das?

Folgen

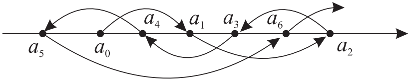
Was ist das?

- Informal:



Folgen

Was ist das?

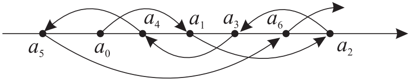
- Informal: 

- Formal: Eine Funktion $\mathbb{N} \to \mathbb{R}$

Folgen

Was ist das?

- Informal:



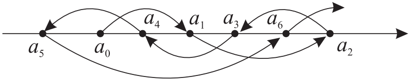
- Formal: Eine Funktion $\mathbb{N} \to \mathbb{R}$

Was kann man damit machen?

Folgen

Was ist das?

- Informal:



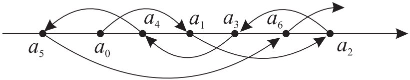
- Formal: Eine Funktion $\mathbb{N} \to \mathbb{R}$

Was kann man damit machen?

- Manche irrationale Zahlen lassen sich als Grenzwerte von Folgen beschreiben.

Folgen

Was ist das?

- Informal: 

- Formal: Eine Funktion $\mathbb{N} \to \mathbb{R}$

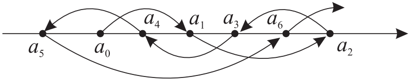
Was kann man damit machen?

- Manche irrationale Zahlen lassen sich als Grenzwerte von Folgen beschreiben.
- Unstetigkeitsstellen von Funktionen lassen sich mit Hilfe von geeigneten Folgen nachweisen.

Folgen

Was ist das?

- Informal:



- Formal: Eine Funktion $\mathbb{N} \to \mathbb{R}$

Was kann man damit machen?

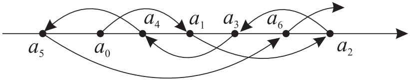
- Manche irrationale Zahlen lassen sich als Grenzwerte von Folgen beschreiben.
- Unstetigkeitsstellen von Funktionen lassen sich mit Hilfe von geeigneten Folgen nachweisen.

Was muss man darüber wissen?

Folgen

Was ist das?

- Informal:



- Formal: Eine Funktion $\mathbb{N} \to \mathbb{R}$

Was kann man damit machen?

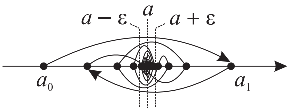
- Manche irrationale Zahlen lassen sich als Grenzwerte von Folgen beschreiben.
- Unstetigkeitsstellen von Funktionen lassen sich mit Hilfe von geeigneten Folgen nachweisen.

Was muss man darüber wissen?

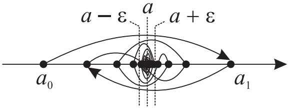
- Wie man typische Folgen auf Konvergenz untersucht und gegebenenfalls ihren Grenzwert bestimmt.

Konvergenz von Folgen

Konvergenz von Folgen

- Informal: 

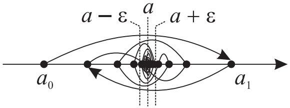
Konvergenz von Folgen

- Informal: 

- Formal: $a \in \mathbb{R}$ ist der Grenzwert von (a_n), falls gilt

$$\forall\, \varepsilon > 0\ \exists\, n_0 \in \mathbb{N}\ \forall\, n \geq n_0 : |a_n - a| < \varepsilon.$$

Konvergenz von Folgen

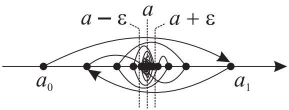
- Informal: 

- Formal: $a \in \mathbb{R}$ ist der Grenzwert von (a_n), falls gilt

$$\forall\, \varepsilon > 0\ \exists\, n_0 \in \mathbb{N}\ \forall\, n \geq n_0 : |a_n - a| < \varepsilon.$$

- Konvergenz ist kompatibel mit $+$, $-$, $\cdot$ und $/$, aber im allgemeinen **nicht** mit Verkettung.

Konvergenz von Folgen

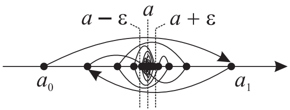
- Informal: 

- Formal: $a \in \mathbb{R}$ ist der Grenzwert von (a_n), falls gilt

$$\forall\, \varepsilon > 0\ \exists\, n_0 \in \mathbb{N}\ \forall\, n \geq n_0 : |a_n - a| < \varepsilon.$$

- Konvergenz ist kompatibel mit $+$, $-$, $\cdot$ und $/$, aber im allgemeinen **nicht** mit Verkettung.
- Sandwichtheorem: wenn $a_n \xrightarrow{n\to\infty} a$ und $c_n \xrightarrow{n\to\infty} a$ und $a_n \leq b_n \leq c_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, dann auch $b_n \xrightarrow{n\to\infty} a$.

Konvergenz von Folgen

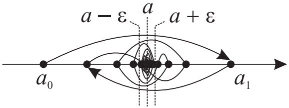
- Informal: 

- Formal: $a \in \mathbb{R}$ ist der Grenzwert von (a_n), falls gilt

$$\forall\, \varepsilon > 0\ \exists\, n_0 \in \mathbb{N}\ \forall\, n \geq n_0 : |a_n - a| < \varepsilon.$$

- Konvergenz ist kompatibel mit $+$, $-$, $\cdot$ und $/$, aber im allgemeinen **nicht** mit Verkettung.
- Sandwichtheorem: wenn $a_n \xrightarrow{n\to\infty} a$ und $c_n \xrightarrow{n\to\infty} a$ und $a_n \leq b_n \leq c_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, dann auch $b_n \xrightarrow{n\to\infty} a$.
- Monotoniekriterium: wenn (a_n) beschränkt und monoton ist, dann ist (a_n) auch konvergent.

Konvergenz von Folgen

- Informal: 

- Formal: $a \in \mathbb{R}$ ist der Grenzwert von (a_n), falls gilt
$$\forall\ \varepsilon > 0\ \exists\ n_0 \in \mathbb{N}\ \forall\ n \geq n_0 : |a_n - a| < \varepsilon.$$
- Konvergenz ist kompatibel mit $+$, $-$, $\cdot$ und $/$, aber im allgemeinen **nicht** mit Verkettung.
- Sandwichtheorem: wenn $a_n \xrightarrow{n\to\infty} a$ und $c_n \xrightarrow{n\to\infty} a$ und $a_n \leq b_n \leq c_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, dann auch $b_n \xrightarrow{n\to\infty} a$.
- Monotoniekriterium: wenn (a_n) beschränkt und monoton ist, dann ist (a_n) auch konvergent.
- Wichtige Beispiele:
  - $\frac{1}{n} \xrightarrow{n\to\infty} 0$
  - $n^\alpha q^n \xrightarrow{n\to\infty} 0$ falls $|q| < 1$
  - $\sqrt[n]{n} \xrightarrow{n\to\infty} 1$
  - $(1+\frac{1}{n})^n \xrightarrow{n\to\infty} \mathrm{e}.$

Gesamtpanorama

Reelle Zahlen

Folgen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Rechenregeln für $\lim$
- Sandwichtheorem
- Monotoniekriterium

Reihen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Minoranten- und Majorantenkriterium
- Quotienten- und Wurzelkriterium
- Potenzreihen

1D-Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Integral

Gebirge $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Extremwerte
- Integral

Kurven $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Kurvenintegral

Felder $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$
- Rotation
- Divergenz
- Kurvenintegral
- Integrierbarkeit

Flächen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$
- Integral über Gebirge
- Integral über Feld
- Satz von Stokes
- Satz von Gauss

Gesamtpanorama

Reelle Zahlen

Folgen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Rechenregeln für $\lim$
- Sandwichtheorem
- Monotoniekriterium

Reihen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Minoranten- und Majorantenkriterium
- Quotienten- und Wurzelkriterium
- Potenzreihen

1D-Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Integral

Gebirge $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Extremwerte
- Integral

Kurven $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Kurvenintegral

Felder $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$
- Rotation
- Divergenz
- Kurvenintegral
- Integrierbarkeit

Flächen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$
- Integral über Gebirge
- Integral über Feld
- Satz von Stokes
- Satz von Gauss

Reihen

Reihen

Was ist das?

Reihen

Was ist das?

- Informal: eine „unendliche Summe“

Reihen

Was ist das?

- Informal: eine „unendliche Summe“
- Formal: Ist (a_n) eine Folgen, so heißt die Folge (s_n) mit $s_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_n$ die Reihe über (a_n).

Reihen

Was ist das?

- Informal: eine „unendliche Summe“
- Formal: Ist (a_n) eine Folgen, so heißt die Folge (s_n) mit $s_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_n$ die Reihe über (a_n).
- Die Schreibweise $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ wird sowohl für (s_n) als auch (im Fall der Konvergenz) für den Grenzwert $\lim_{n\to\infty} s_n$ verwendet.

Reihen

Was ist das?

- Informal: eine „unendliche Summe“
- Formal: Ist (a_n) eine Folgen, so heißt die Folge (s_n) mit $s_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_n$ die Reihe über (a_n).
- Die Schreibweise $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ wird sowohl für (s_n) als auch (im Fall der Konvergenz) für den Grenzwert $\lim_{n\to\infty} s_n$ verwendet.

Was kann man damit machen?

Reihen

Was ist das?

- Informal: eine „unendliche Summe“
- Formal: Ist (a_n) eine Folgen, so heißt die Folge (s_n) mit $s_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_n$ die Reihe über (a_n).
- Die Schreibweise $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ wird sowohl für (s_n) als auch (im Fall der Konvergenz) für den Grenzwert $\lim_{n\to\infty} s_n$ verwendet.

Was kann man damit machen?

- Potenzreihen werden dazu verwendet, Funktionen wie $\exp$, $\sin$, $\cos$, usw. zu definieren.

Reihen

Was ist das?

- Informal: eine „unendliche Summe“
- Formal: Ist (a_n) eine Folgen, so heißt die Folge (s_n) mit $s_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_n$ die Reihe über (a_n).
- Die Schreibweise $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ wird sowohl für (s_n) als auch (im Fall der Konvergenz) für den Grenzwert $\lim_{n\to\infty} s_n$ verwendet.

Was kann man damit machen?

- Potenzreihen werden dazu verwendet, Funktionen wie $\exp$, $\sin$, $\cos$, usw. zu definieren.

Was muss man darüber wissen?

Reihen

Was ist das?

- Informal: eine „unendliche Summe"
- Formal: Ist (a_n) eine Folgen, so heißt die Folge (s_n) mit $s_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_n$ die Reihe über (a_n).
- Die Schreibweise $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ wird sowohl für (s_n) als auch (im Fall der Konvergenz) für den Grenzwert $\lim_{n\to\infty} s_n$ verwendet.

Was kann man damit machen?

- Potenzreihen werden dazu verwendet, Funktionen wie $\exp$, $\sin$, $\cos$, usw. zu definieren.

Was muss man darüber wissen?

- Wie man typische Reihen auf Konvergenz untersucht und gegebenenfalls ihren Grenzwert bestimmt.

Konvergenz von Reihen

Konvergenz von Reihen

- $\sum_{n=0}^{\infty} a_n := \lim\limits_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} a_k$, sofern der Grenzwert rechts existiert. Anderenfalls ist die Reihe divergent.

Konvergenz von Reihen

- $\sum_{n=0}^{\infty} a_n := \lim\limits_{n \to \infty} \sum_{k=0}^{n} a_k$, sofern der Grenzwert rechts existiert. Anderenfalls ist die Reihe divergent.
- Konvergenztests:

Konvergenz von Reihen

- $\sum_{n=0}^{\infty} a_n := \lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} a_k$, sofern der Grenzwert rechts existiert. Anderenfalls ist die Reihe divergent.
- Konvergenztests:
  - Majorantenkriterium: wenn $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ konvergiert und $|a_n| \leq b_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, dann konvergiert auch $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$.

Konvergenz von Reihen

- $\sum_{n=0}^{\infty} a_n := \lim\limits_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} a_k$, sofern der Grenzwert rechts existiert. Anderenfalls ist die Reihe divergent.
- Konvergenztests:
  - Majorantenkriterium: wenn $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ konvergiert und $|a_n| \leq b_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, dann konvergiert auch $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$.
  - Minorantenkriterium: wenn $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ divergiert und $a_n \geq b_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, dann divergiert auch $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$.

Konvergenz von Reihen

- $\sum_{n=0}^{\infty} a_n := \lim\limits_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} a_k$, sofern der Grenzwert rechts existiert. Anderenfalls ist die Reihe divergent.
- Konvergenztests:
  - Majorantenkriterium: wenn $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ konvergiert und $|a_n| \leq b_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, dann konvergiert auch $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$.
  - Minorantenkriterium: wenn $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ divergiert und $a_n \geq b_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, dann divergiert auch $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$.
  - Quotientenkriterium: wenn $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|$ existiert und kleiner [größer] als 1 ist, dann ist $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergent [divergent].

Konvergenz von Reihen

- $\sum_{n=0}^{\infty} a_n := \lim\limits_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} a_k$, sofern der Grenzwert rechts existiert. Anderenfalls ist die Reihe divergent.
- Konvergenztests:
  - Majorantenkriterium: wenn $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ konvergiert und $|a_n| \leq b_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, dann konvergiert auch $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$.
  - Minorantenkriterium: wenn $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ divergiert und $a_n \geq b_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, dann divergiert auch $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$.
  - Quotientenkriterium: wenn $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|$ existiert und kleiner [größer] als 1 ist, dann ist $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergent [divergent].
  - Wurzelkriterium: wenn $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}$ existiert und kleiner [größer] als 1 ist, dann ist $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergent [divergent].

Konvergenz von Reihen

- $\sum_{n=0}^{\infty} a_n := \lim\limits_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} a_k$, sofern der Grenzwert rechts existiert. Anderenfalls ist die Reihe divergent.
- Konvergenztests:
  - Majorantenkriterium: wenn $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ konvergiert und $|a_n| \leq b_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, dann konvergiert auch $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$.
  - Minorantenkriterium: wenn $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ divergiert und $a_n \geq b_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, dann divergiert auch $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$.
  - Quotientenkriterium: wenn $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|$ existiert und kleiner [größer] als 1 ist, dann ist $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergent [divergent].
  - Wurzelkriterium: wenn $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}$ existiert und kleiner [größer] als 1 ist, dann ist $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergent [divergent].
- Wichtige Beispiele:
  - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ div.
  - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = 1$
  - $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ div. falls $|q| \geq 1$
  - $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ falls $|q| < 1$.

Gesamtpanorama

Reelle Zahlen

Folgen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Rechenregeln für $\lim$
- Sandwichtheorem
- Monotoniekriterium

Reihen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Minoranten- und Majorantenkriterium
- Quotienten- und Wurzelkriterium
- Potenzreihen

1D-Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Integral

Gebirge $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Extremwerte
- Integral

Kurven $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Kurvenintegral

Felder $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$
- Rotation
- Divergenz
- Kurvenintegral
- Integrierbarkeit

Flächen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$
- Integral über Gebirge
- Integral über Feld
- Satz von Stokes
- Satz von Gauss

Gesamtpanorama

Reelle Zahlen

Folgen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Rechenregeln für $\lim$
- Sandwichtheorem
- Monotoniekriterium

Reihen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Minoranten- und Majorantenkriterium
- Quotienten- und Wurzelkriterium
- Potenzreihen

1D-Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Integral

Gebirge $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Extremwerte
- Integral

Kurven $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Kurvenintegral

Felder $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$
- Rotation
- Divergenz
- Kurvenintegral
- Integrierbarkeit

Flächen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$
- Integral über Gebirge
- Integral über Feld
- Satz von Stokes
- Satz von Gauss

Konvergenz von Funktionen

Konvergenz von Funktionen

Was ist das?

Konvergenz von Funktionen

Was ist das?

- Informal: Wenn x sich einer Stelle ξ nähert, nähert sich $f(x)$ dem Grenzwert.

Konvergenz von Funktionen

Was ist das?

- Informal: Wenn x sich einer Stelle ξ nähert, nähert sich $f(x)$ dem Grenzwert.
- Formal: s ist der Grenzwert von f für x gegen ξ, falls gilt:

$$\forall\, \varepsilon > 0\; \exists\, \delta > 0\; \forall\, x \in D \setminus \{\xi\} : |x - \xi| < \delta \Rightarrow |f(x) - s| < \varepsilon.$$

Konvergenz von Funktionen

Was ist das?

- Informal: Wenn x sich einer Stelle ξ nähert, nähert sich $f(x)$ dem Grenzwert.
- Formal: s ist der Grenzwert von f für x gegen ξ, falls gilt:

$$\forall\, \varepsilon > 0\ \exists\, \delta > 0\ \forall\, x \in D \setminus \{\xi\} : |x - \xi| < \delta \Rightarrow |f(x) - s| < \varepsilon.$$

Was kann man damit machen?

Konvergenz von Funktionen

Was ist das?

- Informal: Wenn x sich einer Stelle ξ nähert, nähert sich $f(x)$ dem Grenzwert.
- Formal: s ist der Grenzwert von f für x gegen ξ, falls gilt:

$$\forall\, \varepsilon > 0\ \exists\, \delta > 0\ \forall\, x \in D \setminus \{\xi\} : |x - \xi| < \delta \Rightarrow |f(x) - s| < \varepsilon.$$

Was kann man damit machen?

- Die Begriffe Stetigkeit und Differenzierbarkeit basieren auf dem Konvergenzbegriff für Funktionen

Konvergenz von Funktionen

Was ist das?

- Informal: Wenn x sich einer Stelle ξ nähert, nähert sich $f(x)$ dem Grenzwert.
- Formal: s ist der Grenzwert von f für x gegen ξ, falls gilt:

$$\forall\, \varepsilon > 0\ \exists\, \delta > 0\ \forall\, x \in D \setminus \{\xi\} : |x - \xi| < \delta \Rightarrow |f(x) - s| < \varepsilon.$$

Was kann man damit machen?

- Die Begriffe Stetigkeit und Differenzierbarkeit basieren auf dem Konvergenzbegriff für Funktionen

Was muss man darüber wissen?

Konvergenz von Funktionen

Was ist das?

- Informal: Wenn x sich einer Stelle ξ nähert, nähert sich $f(x)$ dem Grenzwert.
- Formal: s ist der Grenzwert von f für x gegen ξ, falls gilt:

$$\forall\, \varepsilon > 0\ \exists\, \delta > 0\ \forall\, x \in D \setminus \{\xi\} : |x - \xi| < \delta \Rightarrow |f(x) - s| < \varepsilon.$$

Was kann man damit machen?

- Die Begriffe Stetigkeit und Differenzierbarkeit basieren auf dem Konvergenzbegriff für Funktionen

Was muss man darüber wissen?

- Wie man typische Funktionen auf Konvergenz untersucht und gegebenenfalls den Grenzwert berechnet.

Stetigkeit

Stetigkeit

Was ist das?

Stetigkeit

Was ist das?

- Informal: Eine kleine Änderung von x bewirkt nur eine kleine Änderung von $f(x)$.

Stetigkeit

Was ist das?

- Informal: Eine kleine Änderung von x bewirkt nur eine kleine Änderung von $f(x)$.
- Formal: $\lim_{x \to \xi} f(x) = f(\xi)$.

Stetigkeit

Was ist das?

- Informal: Eine kleine Änderung von x bewirkt nur eine kleine Änderung von $f(x)$.
- Formal: $\lim_{x \to \xi} f(x) = f(\xi)$.

Was kann man damit machen?

Stetigkeit

Was ist das?

- Informal: Eine kleine Änderung von x bewirkt nur eine kleine Änderung von $f(x)$.
- Formal: $\lim_{x \to \xi} f(x) = f(\xi)$.

Was kann man damit machen?

- Stetige Funktionen haben viele wünschenswerte Eigenschaften, die „beliebige" Funktionen im allgemeinen nicht haben.

Stetigkeit

Was ist das?

- Informal: Eine kleine Änderung von x bewirkt nur eine kleine Änderung von $f(x)$.
- Formal: $\lim_{x \to \xi} f(x) = f(\xi)$.

Was kann man damit machen?

- Stetige Funktionen haben viele wünschenswerte Eigenschaften, die „beliebige“ Funktionen im allgemeinen nicht haben.

Was muss man darüber wissen?

Stetigkeit

Was ist das?

- Informal: Eine kleine Änderung von x bewirkt nur eine kleine Änderung von $f(x)$.
- Formal: $\lim_{x \to \xi} f(x) = f(\xi)$.

Was kann man damit machen?

- Stetige Funktionen haben viele wünschenswerte Eigenschaften, die „beliebige" Funktionen im allgemeinen nicht haben.

Was muss man darüber wissen?

- Dass Stetigkeit kompatibel mit $+$, $-$, $\cdot$, $/$ und $\circ$ ist, dass die Umkehrfunktion von stetigen Funktionen stetig ist, und dass Potenzreihen stetig sind.

Stetigkeit

Was ist das?

- Informal: Eine kleine Änderung von x bewirkt nur eine kleine Änderung von $f(x)$.
- Formal: $\lim_{x \to \xi} f(x) = f(\xi)$.

Was kann man damit machen?

- Stetige Funktionen haben viele wünschenswerte Eigenschaften, die „beliebige" Funktionen im allgemeinen nicht haben.

Was muss man darüber wissen?

- Dass Stetigkeit kompatibel mit $+$, $-$, $\cdot$, $/$ und $\circ$ ist, dass die Umkehrfunktion von stetigen Funktionen stetig ist, und dass Potenzreihen stetig sind.
- Den Zwischenwertsatz: $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ stetig, $f(a) < f(b)$, $y \in [f(a), f(b)]$, dann gibt es $\xi \in [a,b]$ mit $f(\xi) = y$.

Ableitung

Ableitung

Was ist das?

Ableitung

Was ist das?

- Informal: Ein Maß für die Steigung („Steilheit") des Funktionsgraphen an einer gegebenen Stelle

Ableitung

Was ist das?

- Informal: Ein Maß für die Steigung („Steilheit") des Funktionsgraphen an einer gegebenen Stelle
- Formal: $f'(\xi) := \lim_{x \to \xi} \frac{f(x) - f(\xi)}{x - \xi}$

Ableitung

Was ist das?

- Informal: Ein Maß für die Steigung („Steilheit“) des Funktionsgraphen an einer gegebenen Stelle
- Formal: $f'(\xi) := \lim_{x \to \xi} \frac{f(x)-f(\xi)}{x-\xi}$

Was kann man damit machen?

Ableitung

Was ist das?

- Informal: Ein Maß für die Steigung („Steilheit“) des Funktionsgraphen an einer gegebenen Stelle
- Formal: $f'(\xi) := \lim_{x\to\xi} \frac{f(x)-f(\xi)}{x-\xi}$

Was kann man damit machen?

- Extremwerte berechnen, Nullstellen approximieren (mit Newton-Iteration), Punktwolken analysieren (Regression), Stammfunktionen bestimmen („Ableiten rückwärts“), u.v.m.

Ableitung

Was ist das?

- Informal: Ein Maß für die Steigung („Steilheit“) des Funktionsgraphen an einer gegebenen Stelle
- Formal: $f'(\xi) := \lim_{x \to \xi} \frac{f(x) - f(\xi)}{x - \xi}$

Was kann man damit machen?

- Extremwerte berechnen, Nullstellen approximieren (mit Newton-Iteration), Punktwolken analysieren (Regression), Stammfunktionen bestimmen („Ableiten rückwärts“), u.v.m.

Was muss man darüber wissen?

Ableitung

Was ist das?

- Informal: Ein Maß für die Steigung („Steilheit“) des Funktionsgraphen an einer gegebenen Stelle
- Formal: $f'(\xi) := \lim_{x\to\xi} \frac{f(x)-f(\xi)}{x-\xi}$

Was kann man damit machen?

- Extremwerte berechnen, Nullstellen approximieren (mit Newton-Iteration), Punktwolken analysieren (Regression), Stammfunktionen bestimmen („Ableiten rückwärts“), u.v.m.

Was muss man darüber wissen?

- Wie man Ableitungen ausrechnet und damit z. B. eine Funktion auf Extremstellen untersucht.

Ableitung

Was ist das?

- Informal: Ein Maß für die Steigung („Steilheit“) des Funktionsgraphen an einer gegebenen Stelle
- Formal: $f'(\xi) := \lim_{x \to \xi} \frac{f(x) - f(\xi)}{x - \xi}$

Was kann man damit machen?

- Extremwerte berechnen, Nullstellen approximieren (mit Newton-Iteration), Punktwolken analysieren (Regression), Stammfunktionen bestimmen („Ableiten rückwärts“), u.v.m.

Was muss man darüber wissen?

- Wie man Ableitungen ausrechnet und damit z. B. eine Funktion auf Extremstellen untersucht.
- Den Mittelwertsatz: $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ ableitbar, $f(a) < f(b)$, dann gibt es $\xi \in [a,b]$ mit $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Integral

Integral

Was ist das?

Integral

Was ist das?

- Informal: Ein Maß für die (orientierte) Fläche zwischen Funktionsgraph und x-Achse.

Integral

Was ist das?

- Informal: Ein Maß für die (orientierte) Fläche zwischen Funktionsgraph und x-Achse.
- Formal: Technische Konstruktion mit Zerlegung, Zwischenpunkten, usw.

Integral

Was ist das?

- Informal: Ein Maß für die (orientierte) Fläche zwischen Funktionsgraph und x-Achse.
- Formal: Technische Konstruktion mit Zerlegung, Zwischenpunkten, usw.

Was kann man damit machen?

Integral

Was ist das?

- Informal: Ein Maß für die (orientierte) Fläche zwischen Funktionsgraph und x-Achse.
- Formal: Technische Konstruktion mit Zerlegung, Zwischenpunkten, usw.

Was kann man damit machen?

- Die Größe von krummlinig berandeten Flächen ausrechnen.

Integral

Was ist das?

- Informal: Ein Maß für die (orientierte) Fläche zwischen Funktionsgraph und x-Achse.
- Formal: Technische Konstruktion mit Zerlegung, Zwischenpunkten, usw.

Was kann man damit machen?

- Die Größe von krummlinig berandeten Flächen ausrechnen.

Was muss man darüber wissen?

Integral

Was ist das?

- Informal: Ein Maß für die (orientierte) Fläche zwischen Funktionsgraph und x-Achse.
- Formal: Technische Konstruktion mit Zerlegung, Zwischenpunkten, usw.

Was kann man damit machen?

- Die Größe von krummlinig berandeten Flächen ausrechnen.

Was muss man darüber wissen?

- Hauptsatz der Integralrechnung: $\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a)$

Integral

Was ist das?

- Informal: Ein Maß für die (orientierte) Fläche zwischen Funktionsgraph und x-Achse.
- Formal: Technische Konstruktion mit Zerlegung, Zwischenpunkten, usw.

Was kann man damit machen?

- Die Größe von krummlinig berandeten Flächen ausrechnen.

Was muss man darüber wissen?

- Hauptsatz der Integralrechnung: $\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a)$
- Unbestimmtes Integral: $\int f(x)dx = g(x)$ falls $g'(x) = f(x)$

Integral

Was ist das?

- Informal: Ein Maß für die (orientierte) Fläche zwischen Funktionsgraph und x-Achse.
- Formal: Technische Konstruktion mit Zerlegung, Zwischenpunkten, usw.

Was kann man damit machen?

- Die Größe von krummlinig berandeten Flächen ausrechnen.

Was muss man darüber wissen?

- Hauptsatz der Integralrechnung: $\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a)$
- Unbestimmtes Integral: $\int f(x)dx = g(x)$ falls $g'(x) = f(x)$
- Wie man einfache Integrale ausrechnet

Gesamtpanorama

Reelle Zahlen

Folgen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Rechenregeln für $\lim$
- Sandwichtheorem
- Monotoniekriterium

Reihen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Minoranten- und Majorantenkriterium
- Quotienten- und Wurzelkriterium
- Potenzreihen

1D-Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Integral

Gebirge $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Extremwerte
- Integral

Kurven $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Kurvenintegral

Felder $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$
- Rotation
- Divergenz
- Kurvenintegral
- Integrierbarkeit

Flächen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$
- Integral über Gebirge
- Integral über Feld
- Satz von Stokes
- Satz von Gauss

Gesamtpanorama

Reelle Zahlen

Folgen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Rechenregeln für $\lim$
- Sandwichtheorem
- Monotoniekriterium

Reihen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Minoranten- und Majorantenkriterium
- Quotienten- und Wurzelkriterium
- Potenzreihen

1D-Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Integral

Gebirge $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Extremwerte
- Integral

Kurven $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Kurvenintegral

Felder $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$
- Rotation
- Divergenz
- Kurvenintegral
- Integrierbarkeit

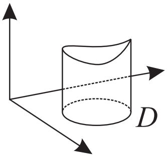
Flächen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$
- Integral über Gebirge
- Integral über Feld
- Satz von Stokes
- Satz von Gauss

Gebirge

Gebirge

Was ist das?

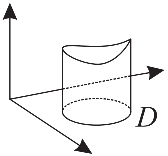
Gebirge



Was ist das?

- Informal:

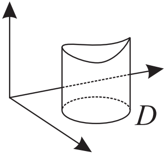
Gebirge



Was ist das?

- Informal:
- Formal: Eine Funktion $D \to \mathbb{R}$, wobei $D \subseteq \mathbb{R}^n$.

Gebirge



Was ist das?

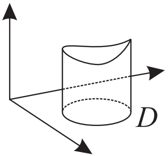
- Informal:
- Formal: Eine Funktion $D \to \mathbb{R}$, wobei $D \subseteq \mathbb{R}^n$.

Was kann man damit machen?

Gebirge

Was ist das?

- Informal:



- Formal: Eine Funktion $D \to \mathbb{R}$, wobei $D \subseteq \mathbb{R}^n$.

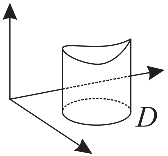
Was kann man damit machen?

- massive Objekte in mehrdimensionalen Räumen beschreiben.

Gebirge

Was ist das?

- Informal:

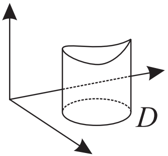


- Formal: Eine Funktion $D \to \mathbb{R}$, wobei $D \subseteq \mathbb{R}^n$.

Was kann man damit machen?

- massive Objekte in mehrdimensionalen Räumen beschreiben.
- Zusammenhänge modellieren, die von mehr als einem Parameter abhängen.

Gebirge



Was ist das?

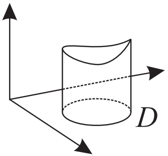
- Informal:
- Formal: Eine Funktion $D \to \mathbb{R}$, wobei $D \subseteq \mathbb{R}^n$.

Was kann man damit machen?

- massive Objekte in mehrdimensionalen Räumen beschreiben.
- Zusammenhänge modellieren, die von mehr als einem Parameter abhängen.

Was muss man darüber wissen?

Gebirge



Was ist das?

- Informal:
- Formal: Eine Funktion $D \to \mathbb{R}$, wobei $D \subseteq \mathbb{R}^n$.

Was kann man damit machen?

- massive Objekte in mehrdimensionalen Räumen beschreiben.
- Zusammenhänge modellieren, die von mehr als einem Parameter abhängen.

Was muss man darüber wissen?

- wie man solche Funktionen auf Stetigkeit untersucht, Richtungsableitungen bestimmt und einfache Integrale berechnet.

Konvergenz und Stetigkeit

Konvergenz und Stetigkeit

- $f\colon D \to \mathbb{R}$ konvergiert bei einem Punkt $\xi \in D \subseteq \mathbb{R}^n$ gegen einen Wert $y \in \mathbb{R}$, falls

  $$\forall\, \varepsilon > 0\ \exists\, \delta > 0\ \forall\, x \in D \setminus \{\xi\} : ||x - \xi|| < \delta \Rightarrow |f(x) - y| < \varepsilon$$

Konvergenz und Stetigkeit

- $f\colon D \to \mathbb{R}$ konvergiert bei einem Punkt $\xi \in D \subseteq \mathbb{R}^n$ gegen einen Wert $y \in \mathbb{R}$, falls

  $$\forall\, \varepsilon > 0\ \exists\, \delta > 0\ \forall\, x \in D \setminus \{\xi\} : ||x - \xi|| < \delta \Rightarrow |f(x) - y| < \varepsilon$$

- Dies ist genau dann der Fall, wenn für jede (!) Folge $(x^{(k)})$ in D, die (koordinatenweise) gegen ξ konvergiert, die Folge $(f(x^{(k)}))$ in $\mathbb{R}$ gegen y konvergiert.

Konvergenz und Stetigkeit

- $f\colon D \to \mathbb{R}$ konvergiert bei einem Punkt $\xi \in D \subseteq \mathbb{R}^n$ gegen einen Wert $y \in \mathbb{R}$, falls

  $$\forall\, \varepsilon > 0\; \exists\, \delta > 0\; \forall\, x \in D \setminus \{\xi\} : ||x - \xi|| < \delta \Rightarrow |f(x) - y| < \varepsilon$$

- Dies ist genau dann der Fall, wenn für jede (!) Folge $(x^{(k)})$ in D, die (koordinatenweise) gegen ξ konvergiert, die Folge $(f(x^{(k)}))$ in $\mathbb{R}$ gegen y konvergiert.
- f ist stetig in ξ, falls $\lim_{x\to\xi} f(x) = f(\xi)$ ist.

Konvergenz und Stetigkeit

- $f\colon D \to \mathbb{R}$ konvergiert bei einem Punkt $\xi \in D \subseteq \mathbb{R}^n$ gegen einen Wert $y \in \mathbb{R}$, falls

$$\forall\, \varepsilon > 0\; \exists\, \delta > 0\; \forall\, x \in D \setminus \{\xi\} : ||x - \xi|| < \delta \Rightarrow |f(x) - y| < \varepsilon$$

- Dies ist genau dann der Fall, wenn für jede (!) Folge $(x^{(k)})$ in D, die (koordinatenweise) gegen ξ konvergiert, die Folge $(f(x^{(k)}))$ in $\mathbb{R}$ gegen y konvergiert.
- f ist stetig in ξ, falls $\lim_{x\to\xi} f(x) = f(\xi)$ ist.
- Als Nachweis für Unstetigkeit in einem Punkt ξ genügt es, zwei Folgen $(x^{(k)})$ und $(y^{(k)})$ in D anzugeben mit $\lim\limits_{k\to\infty} x^{(k)} = \lim\limits_{k\to\infty} y^{(k)} = \xi$ und $\lim\limits_{k\to\infty} f(x^{(k)}) \neq \lim\limits_{k\to\infty} f(y^{(k)})$.

Konvergenz und Stetigkeit

- $f\colon D \to \mathbb{R}$ konvergiert bei einem Punkt $\xi \in D \subseteq \mathbb{R}^n$ gegen einen Wert $y \in \mathbb{R}$, falls

$$\forall\, \varepsilon > 0\ \exists\, \delta > 0\ \forall\, x \in D \setminus \{\xi\} : ||x - \xi|| < \delta \Rightarrow |f(x) - y| < \varepsilon$$

- Dies ist genau dann der Fall, wenn für jede (!) Folge $(x^{(k)})$ in D, die (koordinatenweise) gegen ξ konvergiert, die Folge $(f(x^{(k)}))$ in $\mathbb{R}$ gegen y konvergiert.
- f ist stetig in ξ, falls $\lim_{x\to\xi} f(x) = f(\xi)$ ist.
- Als Nachweis für Unstetigkeit in einem Punkt ξ genügt es, zwei Folgen $(x^{(k)})$ und $(y^{(k)})$ in D anzugeben mit $\lim\limits_{k\to\infty} x^{(k)} = \lim\limits_{k\to\infty} y^{(k)} = \xi$ und $\lim\limits_{k\to\infty} f(x^{(k)}) \neq \lim\limits_{k\to\infty} f(y^{(k)})$.
- Als Nachweis für Stetigkeit genügt es **nicht,** dass f stetig „bezüglich jeder Variablen“ ist.

Richtungsableitung, Gradient und totale Ableitung

Richtungsableitung, Gradient und totale Ableitung

- Richtungsableitung: $\frac{\partial}{\partial v} f(\xi) := \lim_{h\to 0} \frac{f(\xi+hv)-f(\xi)}{h}$.
  Dabei leben v und ξ in $\mathbb{R}^n$ und h lebt in $\mathbb{R}$.

Richtungsableitung, Gradient und totale Ableitung

- Richtungsableitung: $\frac{\partial}{\partial v} f(\xi) := \lim_{h \to 0} \frac{f(\xi + hv) - f(\xi)}{h}$.
  Dabei leben v und ξ in $\mathbb{R}^n$ und h lebt in $\mathbb{R}$.
- Partielle Ableitungen $\frac{\partial}{\partial x_i} f(\xi) =$ Richtungsableitung bezüglich eines Einheitsvektors $=$ Ableitungen bezüglich einer Variablen

Richtungsableitung, Gradient und totale Ableitung

- Richtungsableitung: $\frac{\partial}{\partial v} f(\xi) := \lim_{h\to 0} \frac{f(\xi+hv)-f(\xi)}{h}$.
  Dabei leben v und ξ in $\mathbb{R}^n$ und h lebt in $\mathbb{R}$.
- Partielle Ableitungen $\frac{\partial}{\partial x_i} f(\xi) =$ Richtungsableitung bezüglich eines Einheitsvektors $=$ Ableitungen bezüglich einer Variablen
- Gradient: $\operatorname{grad} f(x_1, \ldots, x_n) :=$
  $\left(\frac{\partial}{\partial x_1} f(x_1, \ldots, x_n), \ldots, \frac{\partial}{\partial x_n} f(x_1, \ldots, x_n)\right)$

Richtungsableitung, Gradient und totale Ableitung

- Richtungsableitung: $\frac{\partial}{\partial v} f(\xi) := \lim_{h\to 0} \frac{f(\xi+hv)-f(\xi)}{h}$.
  Dabei leben v und ξ in $\mathbb{R}^n$ und h lebt in $\mathbb{R}$.
- Partielle Ableitungen $\frac{\partial}{\partial x_i} f(\xi) =$ Richtungsableitung bezüglich eines Einheitsvektors $=$ Ableitungen bezüglich einer Variablen
- Gradient: $\operatorname{grad} f(x_1,\ldots,x_n) :=$ $\left(\frac{\partial}{\partial x_1} f(x_1,\ldots,x_n),\ldots,\frac{\partial}{\partial x_n} f(x_1,\ldots,x_n)\right)$
- Totale Ableitung: Ein Vektor $f'(\xi) \in \mathbb{R}^n$ mit der Eigenschaft

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(\xi+h) - f(\xi) - h\cdot f'(\xi)}{||h||} = 0.$$

  Hier lebt h jetzt in $\mathbb{R}^n$ und $h \cdot f'(\xi)$ meint das Skalarprodukt.

Richtungsableitung, Gradient und totale Ableitung

- Richtungsableitung: $\frac{\partial}{\partial v} f(\xi) := \lim_{h\to 0} \frac{f(\xi+hv)-f(\xi)}{h}$.
  Dabei leben v und ξ in $\mathbb{R}^n$ und h lebt in $\mathbb{R}$.
- Partielle Ableitungen $\frac{\partial}{\partial x_i} f(\xi)$ = Richtungsableitung bezüglich eines Einheitsvektors = Ableitungen bezüglich einer Variablen
- Gradient: $\operatorname{grad} f(x_1, \ldots, x_n) :=$
  $\left(\frac{\partial}{\partial x_1} f(x_1, \ldots, x_n), \ldots, \frac{\partial}{\partial x_n} f(x_1, \ldots, x_n)\right)$
- Totale Ableitung: Ein Vektor $f'(\xi) \in \mathbb{R}^n$ mit der Eigenschaft

  $$\lim_{h\to 0} \frac{f(\xi+h) - f(\xi) - h \cdot f'(\xi)}{||h||} = 0.$$

  Hier lebt h jetzt in $\mathbb{R}^n$ und $h \cdot f'(\xi)$ meint das Skalarprodukt.
- Falls die totale Ableitung existiert, gilt $f'(\xi) = \operatorname{grad} f(\xi)$.
  Es kann aber sein, dass $\operatorname{grad} f(\xi)$ existiert, aber $f'(\xi)$ nicht.

Extremwertbestimmung

Extremwertbestimmung

- Wenn f differenzierbar ist und ξ eine Extremstelle von f, die nicht am Rand von D liegt, dann muss $\nabla f(\xi) = 0$ gelten.

Extremwertbestimmung

- Wenn f differenzierbar ist und ξ eine Extremstelle von f, die nicht am Rand von D liegt, dann muss $\nabla f(\xi) = 0$ gelten.
- Für die Punkte ξ, wo $\nabla f(\xi) = 0$ gilt, betrachtet man die Matrix mit den zweiten partiellen Ableitungen:

$$H := \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_1} f(\xi) & \cdots & \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_n} f(\xi) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2}{\partial x_n \partial x_1} f(\xi) & \cdots & \frac{\partial^2}{\partial x_n \partial x_n} f(\xi) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}.$$

  Berechne alle Zahlen $\lambda \in \mathbb{R}$ mit $\det(H - \lambda I_n) = 0$. Dann gilt:

Extremwertbestimmung

- Wenn f differenzierbar ist und ξ eine Extremstelle von f, die nicht am Rand von D liegt, dann muss $\nabla f(\xi) = 0$ gelten.
- Für die Punkte ξ, wo $\nabla f(\xi) = 0$ gilt, betrachtet man die Matrix mit den zweiten partiellen Ableitungen:

$$H := \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_1} f(\xi) & \cdots & \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_n} f(\xi) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2}{\partial x_n \partial x_1} f(\xi) & \cdots & \frac{\partial^2}{\partial x_n \partial x_n} f(\xi) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}.$$

  Berechne alle Zahlen $\lambda \in \mathbb{R}$ mit $\det(H - \lambda I_n) = 0$. Dann gilt:
  - Sind all diese Zahlen positiv, liegt in ξ ein Minimum vor.

Extremwertbestimmung

- Wenn f differenzierbar ist und ξ eine Extremstelle von f, die nicht am Rand von D liegt, dann muss $\nabla f(\xi) = 0$ gelten.
- Für die Punkte ξ, wo $\nabla f(\xi) = 0$ gilt, betrachtet man die Matrix mit den zweiten partiellen Ableitungen:

$$H := \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_1} f(\xi) & \cdots & \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_n} f(\xi) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2}{\partial x_n \partial x_1} f(\xi) & \cdots & \frac{\partial^2}{\partial x_n \partial x_n} f(\xi) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}.$$

  Berechne alle Zahlen $\lambda \in \mathbb{R}$ mit $\det(H - \lambda I_n) = 0$. Dann gilt:
  - Sind all diese Zahlen positiv, liegt in ξ ein Minimum vor.
  - Sind all diese Zahlen negativ, liegt in ξ ein Maximum vor.

Extremwertbestimmung

- Wenn f differenzierbar ist und ξ eine Extremstelle von f, die nicht am Rand von D liegt, dann muss $\nabla f(\xi) = 0$ gelten.
- Für die Punkte ξ, wo $\nabla f(\xi) = 0$ gilt, betrachtet man die Matrix mit den zweiten partiellen Ableitungen:

$$H := \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_1} f(\xi) & \cdots & \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_n} f(\xi) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2}{\partial x_n \partial x_1} f(\xi) & \cdots & \frac{\partial^2}{\partial x_n \partial x_n} f(\xi) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}.$$

  Berechne alle Zahlen $\lambda \in \mathbb{R}$ mit $\det(H - \lambda I_n) = 0$. Dann gilt:
  - Sind all diese Zahlen positiv, liegt in ξ ein Minimum vor.
  - Sind all diese Zahlen negativ, liegt in ξ ein Maximum vor.
  - Sind manche dieser Zahlen positiv und andere negativ, liegt in ξ kein Extremum vor.

Integral und Volumen

Integral und Volumen

- Anschauung: Volumen zwischen Graph und Grundfläche.

Integral und Volumen

- Anschauung: Volumen zwischen Graph und Grundfläche.
- Integrale über Gebirge lassen sich als verschachtelte gewöhnliche Integrale schreiben:

$$\int_{[a,b]} f(x)dx = \int_{a_1}^{b_1} \cdots \int_{a_n}^{b_n} f(x_1, \dots, x_n) dx_n \cdots dx_1.$$

Dabei ist $a = (a_1, \dots, a_n)$, $b = (b_1, \dots, b_n)$, $x = (x_1, \dots, x_n)$.

Integral und Volumen

- Anschauung: Volumen zwischen Graph und Grundfläche.
- Integrale über Gebirge lassen sich als verschachtelte gewöhnliche Integrale schreiben:

$$\int_{[a,b]} f(x)dx = \int_{a_1}^{b_1} \cdots \int_{a_n}^{b_n} f(x_1, \ldots, x_n)dx_n \cdots dx_1.$$

  Dabei ist $a = (a_1, \ldots, a_n)$, $b = (b_1, \ldots, b_n)$, $x = (x_1, \ldots, x_n)$.
- Falls D nicht von der Form $[a, b]$ ist, aber wenigstens $D \subseteq [a, b]$ für gewisse $a, b \in \mathbb{R}^n$ gilt, setzt man f zu einer Funktion $\tilde{f} \colon [a, b] \to \mathbb{R}$ fort, die außerhalb von D Null ist und definiert $\int_D f(x)dx := \int_{[a,b]} \tilde{f}(x)dx$.

Integral und Volumen

- Anschauung: Volumen zwischen Graph und Grundfläche.
- Integrale über Gebirge lassen sich als verschachtelte gewöhnliche Integrale schreiben:

$$\int_{[a,b]} f(x)dx = \int_{a_1}^{b_1} \cdots \int_{a_n}^{b_n} f(x_1, \ldots, x_n)dx_n \cdots dx_1.$$

  Dabei ist $a = (a_1, \ldots, a_n)$, $b = (b_1, \ldots, b_n)$, $x = (x_1, \ldots, x_n)$.
- Falls D nicht von der Form $[a, b]$ ist, aber wenigstens $D \subseteq [a, b]$ für gewisse $a, b \in \mathbb{R}^n$ gilt, setzt man f zu einer Funktion $\tilde{f} \colon [a, b] \to \mathbb{R}$ fort, die außerhalb von D Null ist und definiert $\int_D f(x)dx := \int_{[a,b]} \tilde{f}(x)dx$.
- Für solche D ist das Volumen $V(D)$ definiert als $V(D) := \int_D 1dx$, sofern dieses Integral existiert.

Gesamtpanorama

Reelle Zahlen

Folgen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Rechenregeln für $\lim$
- Sandwichtheorem
- Monotoniekriterium

Reihen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Minoranten- und Majorantenkriterium
- Quotienten- und Wurzelkriterium
- Potenzreihen

1D-Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Integral

Gebirge $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Extremwerte
- Integral

Kurven $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Kurvenintegral

Felder $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$
- Rotation
- Divergenz
- Kurvenintegral
- Integrierbarkeit

Flächen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$
- Integral über Gebirge
- Integral über Feld
- Satz von Stokes
- Satz von Gauss

Gesamtpanorama

Reelle Zahlen

Folgen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Rechenregeln für $\lim$
- Sandwichtheorem
- Monotoniekriterium

Reihen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Minoranten- und Majorantenkriterium
- Quotienten- und Wurzelkriterium
- Potenzreihen

1D-Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Integral

Gebirge $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Extremwerte
- Integral

Kurven $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Kurvenintegral

Felder $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$
- Rotation
- Divergenz
- Kurvenintegral
- Integrierbarkeit

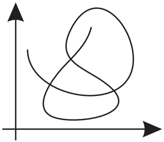
Flächen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$
- Integral über Gebirge
- Integral über Feld
- Satz von Stokes
- Satz von Gauss

Kurven

Kurven

Was ist das?

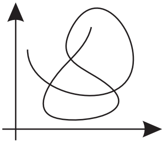
Kurven



Was ist das?

- Informal:

Kurven

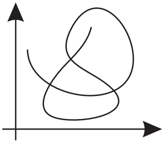


Was ist das?

- Informal:
- Formal: Eine Funktion $[a, b] \to \mathbb{R}^n$.

Kurven

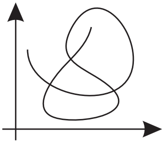
Was ist das?

- Informal: 
- Formal: Eine Funktion $[a, b] \to \mathbb{R}^n$.

Was kann man damit machen?

Kurven

Was ist das?

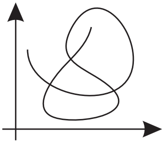
- Informal: 
- Formal: Eine Funktion $[a,b] \to \mathbb{R}^n$.

Was kann man damit machen?

- Eindimensionale geometrische Objekte (Fäden, Drähte, usw.) modellieren.

Kurven

Was ist das?

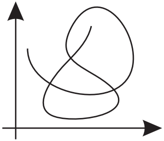
- Informal: 
- Formal: Eine Funktion $[a, b] \to \mathbb{R}^n$.

Was kann man damit machen?

- Eindimensionale geometrische Objekte (Fäden, Drähte, usw.) modellieren.
- Flugbahnen von Punkten im Raum beschreiben.

Kurven

Was ist das?

- Informal: 
- Formal: Eine Funktion $[a, b] \to \mathbb{R}^n$.

Was kann man damit machen?

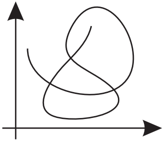
- Eindimensionale geometrische Objekte (Fäden, Drähte, usw.) modellieren.
- Flugbahnen von Punkten im Raum beschreiben.

Was muss man darüber wissen?

Kurven

Was ist das?

- Informal:



- Formal: Eine Funktion $[a, b] \to \mathbb{R}^n$.

Was kann man damit machen?

- Eindimensionale geometrische Objekte (Fäden, Drähte, usw.) modellieren.
- Flugbahnen von Punkten im Raum beschreiben.

Was muss man darüber wissen?

- Wie man eine Kurve auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit untersucht, und wie man einfache Kurvenintegrale berechnet.

Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Kurvenintegral

Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Kurvenintegral

- Eine Kurve $\gamma\colon [a,b] \to \mathbb{R}^n$, $\gamma(t) = (\gamma_1(t), \ldots, \gamma_n(t))$ ist stetig, falls jede Koordinatenfunktion $\gamma_i\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ stetig ist.

Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Kurvenintegral

- Eine Kurve $\gamma\colon [a,b] \to \mathbb{R}^n$, $\gamma(t) = (\gamma_1(t), \ldots, \gamma_n(t))$ ist stetig, falls jede Koordinatenfunktion $\gamma_i\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ stetig ist.
- γ ist ableitbar, falls jede Koordinatenfunktion $\gamma_i\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ ableitbar ist. In diesem Fall gilt $\gamma'(t) = (\gamma_1'(t), \ldots, \gamma_n'(t))$.

  Anschauung: Der Vektor $\gamma'(t)$ zeigt in die Richtung, in die sich die Kurve zum Zeitpunkt t fortsetzt. Die Zahl $||\gamma'(t)||$ ist ein Maß für die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t.

Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Kurvenintegral

- Eine Kurve $\gamma\colon [a,b] \to \mathbb{R}^n$, $\gamma(t) = (\gamma_1(t), \ldots, \gamma_n(t))$ ist stetig, falls jede Koordinatenfunktion $\gamma_i\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ stetig ist.
- γ ist ableitbar, falls jede Koordinatenfunktion $\gamma_i\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ ableitbar ist. In diesem Fall gilt $\gamma'(t) = (\gamma_1'(t), \ldots, \gamma_n'(t))$.

  Anschauung: Der Vektor $\gamma'(t)$ zeigt in die Richtung, in die sich die Kurve zum Zeitpunkt t fortsetzt. Die Zahl $||\gamma'(t)||$ ist ein Maß für die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t.
- Falls $\gamma\colon [a,b] \to D \subseteq \mathbb{R}^n$ messbar und differenzierbar ist und $f\colon D \to \mathbb{R}$ stetig, so gilt

$$\int_\gamma f(x)ds = \int_a^b f(\gamma(t))||\gamma'(t)||dt.$$

  Die Länge von γ ist $L(\gamma) := \int_\gamma 1ds$.

Gesamtpanorama

Reelle Zahlen

Folgen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Rechenregeln für $\lim$
- Sandwichtheorem
- Monotoniekriterium

Reihen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Minoranten- und Majorantenkriterium
- Quotienten- und Wurzelkriterium
- Potenzreihen

1D-Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Integral

Gebirge $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Extremwerte
- Integral

Kurven $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Kurvenintegral

Felder $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$
- Rotation
- Divergenz
- Kurvenintegral
- Integrierbarkeit

Flächen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$
- Integral über Gebirge
- Integral über Feld
- Satz von Stokes
- Satz von Gauss

Gesamtpanorama

Reelle Zahlen

Folgen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Rechenregeln für $\lim$
- Sandwichtheorem
- Monotoniekriterium

Reihen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Minoranten- und Majorantenkriterium
- Quotienten- und Wurzelkriterium
- Potenzreihen

1D-Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Integral

Gebirge $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Extremwerte
- Integral

Kurven $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Kurvenintegral

Felder $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$
- Rotation
- Divergenz
- Kurvenintegral
- Integrierbarkeit

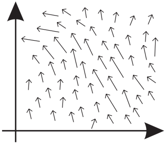
Flächen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$
- Integral über Gebirge
- Integral über Feld
- Satz von Stokes
- Satz von Gauss

Felder

Felder

Was ist das?

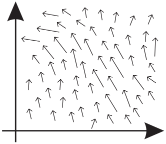
Felder



Was ist das?

- Informal:

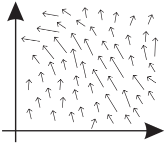
Felder



Was ist das?

- Informal:
- Formal: Eine Funktion $D \to \mathbb{R}^n$ mit $D \subseteq \mathbb{R}^n$

Felder



Was ist das?

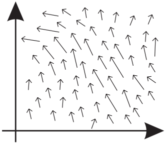
- Informal:
- Formal: Eine Funktion $D \to \mathbb{R}^n$ mit $D \subseteq \mathbb{R}^n$

Was kann man damit machen?

Felder

Was ist das?

- Informal:

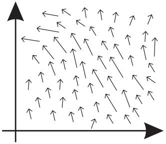


- Formal: Eine Funktion $D \to \mathbb{R}^n$ mit $D \subseteq \mathbb{R}^n$

Was kann man damit machen?

- Kräftefelder (z. B. elektrische oder magnetische) beschreiben.

Felder



Was ist das?

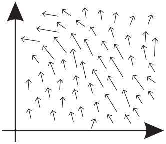
- Informal:
- Formal: Eine Funktion $D \to \mathbb{R}^n$ mit $D \subseteq \mathbb{R}^n$

Was kann man damit machen?

- Kräftefelder (z. B. elektrische oder magnetische) beschreiben.
- Strömungen (z. B. in der Atmosphäre oder im Meer) modellieren.

Felder

Was ist das?

- Informal: 
- Formal: Eine Funktion $D \to \mathbb{R}^n$ mit $D \subseteq \mathbb{R}^n$

Was kann man damit machen?

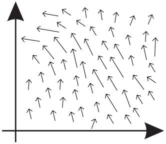
- Kräftefelder (z. B. elektrische oder magnetische) beschreiben.
- Strömungen (z. B. in der Atmosphäre oder im Meer) modellieren.

Was muss man darüber wissen?

Felder

Was ist das?

- Informal:



- Formal: Eine Funktion $D \to \mathbb{R}^n$ mit $D \subseteq \mathbb{R}^n$

Was kann man damit machen?

- Kräftefelder (z. B. elektrische oder magnetische) beschreiben.
- Strömungen (z. B. in der Atmosphäre oder im Meer) modellieren.

Was muss man darüber wissen?

- Wie man Divergenz und Rotation eines Feldes bestimmt, wie man einfache Kurvenintegrale berechnet, und wann ein Feld ein Gradientenfeld ist.

Divergenz und Rotation

Divergenz und Rotation

- $\operatorname{div}(f_1, \ldots, f_n) = \frac{\partial}{\partial x_1} f_1 + \cdots + \frac{\partial}{\partial x_n} f_n$ gibt für ein Feld, das eine Strömung beschreibt, an, wie viel Material im Punkt x entsteht bzw. verschwindet.
  Der Operator div überführt ein Feld in ein Gebirge.

Divergenz und Rotation

- $\operatorname{div}(f_1, \ldots, f_n) = \frac{\partial}{\partial x_1} f_1 + \cdots + \frac{\partial}{\partial x_n} f_n$ gibt für ein Feld, das eine Strömung beschreibt, an, wie viel Material im Punkt x entsteht bzw. verschwindet.
  Der Operator div überführt ein Feld in ein Gebirge.
- $\operatorname{rot}(f_1, f_2, f_3) =$
  $\left(\frac{\partial}{\partial x_2} f_3 - \frac{\partial}{\partial x_3} f_2,\ \frac{\partial}{\partial x_3} f_1 - \frac{\partial}{\partial x_1} f_3,\ \frac{\partial}{\partial x_1} f_2 - \frac{\partial}{\partial x_2} f_1\right)$ gibt für ein Feld, das eine Strömung beschreibt, an, wie stark und um welche Achse ein mitschwimmendes Teilchen durch das Feld in eine Rotation um sich selbst versetzt wird.
  Der Operator rot überführt ein Feld in ein anderes Feld.

Divergenz und Rotation

- $\operatorname{div}(f_1, \ldots, f_n) = \frac{\partial}{\partial x_1} f_1 + \cdots + \frac{\partial}{\partial x_n} f_n$ gibt für ein Feld, das eine Strömung beschreibt, an, wie viel Material im Punkt x entsteht bzw. verschwindet.
  Der Operator div überführt ein Feld in ein Gebirge.
- $\operatorname{rot}(f_1, f_2, f_3) =$
  $\left(\frac{\partial}{\partial x_2} f_3 - \frac{\partial}{\partial x_3} f_2,\ \frac{\partial}{\partial x_3} f_1 - \frac{\partial}{\partial x_1} f_3,\ \frac{\partial}{\partial x_1} f_2 - \frac{\partial}{\partial x_2} f_1 \right)$ gibt für ein Feld, das eine Strömung beschreibt, an, wie stark und um welche Achse ein mitschwimmendes Teilchen durch das Feld in eine Rotation um sich selbst versetzt wird.
  Der Operator rot überführt ein Feld in ein anderes Feld.
- Sowohl $\operatorname{div} f$ als auch $\operatorname{rot} f$ können als „Ableitung“ des Feldes f aufgefasst werden.

Kurvenintegrale über Feldern

Kurvenintegrale über Feldern

- Anschauung: (Potentielle) Energie, die ein Teilchen aufnimmt bzw. abgibt, wenn es sich entlang einer Kurve im Feld bewegt.

Kurvenintegrale über Feldern

- Anschauung: (Potentielle) Energie, die ein Teilchen aufnimmt bzw. abgibt, wenn es sich entlang einer Kurve im Feld bewegt.
- Definition: $\gamma\colon [a,b] \to \mathbb{R}^n$, $f\colon D \to \mathbb{R}^n$ für ein D mit $\gamma([a,b]) \subseteq D \subseteq \mathbb{R}^n$. Dann:

$$\int_\gamma f(x) \cdot dx := \int_a^b f(\gamma(t)) \cdot \gamma'(t)\, dt.$$

Kurvenintegrale über Feldern

- Anschauung: (Potentielle) Energie, die ein Teilchen aufnimmt bzw. abgibt, wenn es sich entlang einer Kurve im Feld bewegt.
- Definition: $\gamma\colon [a,b] \to \mathbb{R}^n$, $f\colon D \to \mathbb{R}^n$ für ein D mit $\gamma([a,b]) \subseteq D \subseteq \mathbb{R}^n$. Dann:

$$\int_\gamma f(x) \cdot dx := \int_a^b f(\gamma(t)) \cdot \gamma'(t)\, dt.$$

- Ist $f = \operatorname{grad} F$ für eine Funktion $F\colon D \to \mathbb{R}^1$, so gilt

$$\int_\gamma f(x) \cdot dx = F(\gamma(b)) - F(\gamma(a))$$

  Wenn es so eine Funktion F gibt, dann hängt der Wert des Integrals nur von den Endpunkten der Kurve ab und nicht von ihrem genauen Verlauf dazwischen.

Gesamtpanorama

Reelle Zahlen

Folgen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Rechenregeln für $\lim$
- Sandwichtheorem
- Monotoniekriterium

Reihen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Minoranten- und Majorantenkriterium
- Quotienten- und Wurzelkriterium
- Potenzreihen

1D-Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Integral

Gebirge $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Extremwerte
- Integral

Kurven $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Kurvenintegral

Felder $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$
- Rotation
- Divergenz
- Kurvenintegral
- Integrierbarkeit

Flächen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$
- Integral über Gebirge
- Integral über Feld
- Satz von Stokes
- Satz von Gauss

Gesamtpanorama

Reelle Zahlen

Folgen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Rechenregeln für $\lim$
- Sandwichtheorem
- Monotoniekriterium

Reihen
- Konvergenzbegriff
- Standardbeispiele
- Minoranten- und Majorantenkriterium
- Quotienten- und Wurzelkriterium
- Potenzreihen

1D-Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Integral

Gebirge $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Extremwerte
- Integral

Kurven $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$
- Konvergenz
- Stetigkeit
- Ableitung
- Kurvenintegral

Felder $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$
- Rotation
- Divergenz
- Kurvenintegral
- Integrierbarkeit

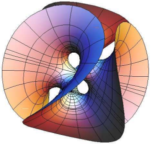
Flächen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$
- Integral über Gebirge
- Integral über Feld
- Satz von Stokes
- Satz von Gauss

Flächen

Flächen

Was ist das?

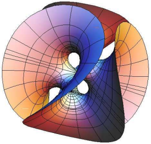
Flächen



Was ist das?

- Informal:

Flächen

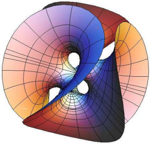


Was ist das?

- Informal:
- Formal: Eine Funktion $D \to \mathbb{R}^3$ mit $D = [a, b] \times [c, d] \subseteq \mathbb{R}^2$

Flächen

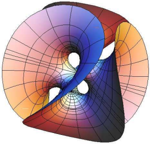
Was ist das?

- Informal: 
- Formal: Eine Funktion $D \to \mathbb{R}^3$ mit $D = [a,b] \times [c,d] \subseteq \mathbb{R}^2$

Was kann man damit machen?

Flächen

Was ist das?

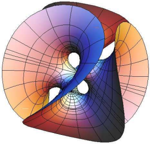
- Informal: 
- Formal: Eine Funktion $D \to \mathbb{R}^3$ mit $D = [a, b] \times [c, d] \subseteq \mathbb{R}^2$

Was kann man damit machen?

- Gekrümmte zweidimensionale Objekte im dreidimensionalen Raum beschreiben.

Flächen

Was ist das?

- Informal: 
- Formal: Eine Funktion $D \to \mathbb{R}^3$ mit $D = [a,b] \times [c,d] \subseteq \mathbb{R}^2$

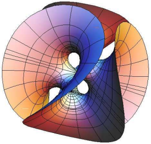
Was kann man damit machen?

- Gekrümmte zweidimensionale Objekte im dreidimensionalen Raum beschreiben.

Was muss man darüber wissen?

Flächen

Was ist das?

- Informal: 
- Formal: Eine Funktion $D \to \mathbb{R}^3$ mit $D = [a,b] \times [c,d] \subseteq \mathbb{R}^2$

Was kann man damit machen?

- Gekrümmte zweidimensionale Objekte im dreidimensionalen Raum beschreiben.

Was muss man darüber wissen?

- Für die Klausur: nichts.