Übungsblatt 13

Besprechung am **30.1.2014**

Aufgabe 1 Überprüfen Sie, ob die folgende Funktion eine glatte Fläche definiert und berechnen Sie gegebenenfalls den Flächeninhalt:

$$f\colon [0,2\pi]\times[0,1]\to\mathbb{R}^3,\ f(x,y)=\begin{pmatrix}2y\cos x\\ 2y\sin x\\ y\end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2 Analog zu Aufgabe 1 mit der Funktion

$$g\colon [0,2\pi]\times[0,h]\to\mathbb{R}^3,\ g(x,y)=\begin{pmatrix}r\cos x\\ r\sin x\\ y\end{pmatrix},\ r\in(0,\infty).$$

Aufgabe 3 Gegeben sei der Zylinder $Z=\{(x,y,z) : x^2+y^2\le r^2, 0\le z\le h\}$. Beschreiben Sie den Zylindermantel von Z in geeigneten Koordinaten und berechnen Sie den Fluss des Vektorfeldes F durch die Mantelfläche von Z von innen nach außen.

$$F\colon \mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3,\ F(x,y,z)=\begin{pmatrix}xz+y\\ yz-x\\ z\end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4 Berechnen Sie $\int_{\partial K} F(x,y,z)\cdot d(x,y,z)$, wobei $K=\{(x,y,z) : x^2+y^2\le 1, x+y\le z\le 10-x-2y\}$ und

$$F\colon \mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3,\ F(x,y,z)=\begin{pmatrix}z^2+y^2\\ x^2+y^2\\ 2y^2\end{pmatrix}.$$

Aufgabe 5 Erstellen Sie ein Programm in Sage, welches eine glatte Fläche $f\colon D\to\mathbb{R}^3$, $D=[a,b]\times[c,d]$ approximiert, indem D in kleine Dreiecke zerlegt wird. Das Programm soll die Zerlegung so lange automatisch korrigieren, bis der verhältnismäßige Fehler zur vorherigen Approximation kleiner einem vorgegebenen Wert, etwa 0,01%, ist.

Testen Sie das Programm an den Beispielen von Aufgabe 1 und Aufgabe 2.