Übungsblatt 2

Besprechung am **17.10.2013**

Aufgabe 1 Beweisen Sie die folgenden Aussagen nur unter Verwendung der Körperaxiome aus Definition 1 im Skriptum.

a) Zeigen Sie die Eindeutigkeit der 0 und der 1.

b) Zeigen Sie die Eindeutigkeit des additiven Inversen $-a$ und des multiplikativen Inversen a^{-1}.

Aufgabe 2 Beweisen Sie die folgenden Aussagen unter Verwendung der Körperaxiome aus Definition 1 im Skriptum und Aufgabe 1.

a) $\forall x \in \mathbb{R} : -(-x) = x$.

b) $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} : (x^{-1})^{-1} = x$.

Aufgabe 3 Zeigen Sie mit Hilfe des Beweisprinzips der vollständigen Induktion

$$(P(0) \wedge (\forall n \in \mathbb{N} : P(n) \Rightarrow P(n+1))) \Rightarrow (\forall n \in \mathbb{N} : P(n))$$

die folgenden Aussagen:

a) Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist $n^2 + n$ eine gerade natürliche Zahl.

b) $\forall n \in \mathbb{N}$: $\sum_{k=0}^{n}(2(k+1)-1) = (n+1)^2$.

c) $\forall n \in \mathbb{N}\ \forall x \in \mathbb{R}, x > -1$: $(1+x)^n \geq 1 + nx$

Aufgabe 4 Zeigen Sie die Dreiecksungleichung: Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt $|x+y| \leq |x| + |y|$.

Aufgabe 5 Schreiben Sie ein Programm in Sage, das eine gesuchte ganze Zahl z im Intervall $[1, 100]$ findet.
Gehen Sie dabei folgendermaßen vor: Denken Sie sich ein beliebiges $z \in [1, 100]$ aus und definieren Sie eine Funktion $f(n)$, $n \in \mathbb{N}$, die entscheidet, ob n größer, kleiner oder gleich der Zahl z ist. Nun schreiben Sie eine Funktion, die als Input f nimmt und die gesuchte Zahl z findet.